

ГЛАВА XX

ПРЕДМЕТНАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

1. общая часть

а) введение

Математика является неделимой составляющей современной жизни. Ею пользуются во всех сферах деятельности человека: в науке и технологиях, в медицине, экономике, охране, восстановлении и благоустройстве окружающей среды, в принятии социальных решений. Примечательна та особенная роль, которую математика играет в развитии человечества и в формировании современной цивилизации. Развитие информационных и вычислительных технологий, более полное осмысление пространственно-временной структуры, открытие и описание большого числа природных закономерностей – всё это свидетельствует о научной и культурной значимости математики. И, что особенно важно, математика способствует развитию умственных возможностей человека. Она даёт возможность эффективного, лаконичного и недвусмысленного средства коммуникации. С помощью математики легко можно объяснить и предсказать различные явления, разрешить трудную ситуацию. Существующие в математике абстрактные системы и теоретические модели применяются при изучении закономерностей, анализировании ситуации и решении проблем.

При решении проблем необходимо вникнуть в их суть, выбрать адекватный математический аппарат, а в случае неимения – разработать его, создать осмысленную модель изучаемого процесса или объекта, с помощью полученной модели сделать необходимые выводы и затем их интерпретацию. В свою очередь, практические или научные проблемы снабжают математику значительными и интересными задачами. Поэтому при обучении большое внимание должно быть уделено формированию математических знаний как логической системы, также использованию математических методов при познании окружающего мира, управлении социально-экономическими или техническими процессами, в решении бытовых или научных проблем. Кроме того, при изучении математики, перенос основного фокуса на решение как практических задач, так и задач, имеющих научный характер, усиливает мотивацию учащихся и вызывает у них интерес к математике.

б) цели и задачи изучения предмета

основные цели изучения математики в общеобразовательной школе:

- развитие мыслительных способностей учащихся;
- развитие навыков дедуктивного и индуктивного суждения, способности аргументировать взгляды, умения анализировать явления и факты;
- освоение математики как универсального языка мироописания и науки;
- осознание математики как составной части общечеловеческой культуры;
- подготовка к следующему этапу обучения или к профессиональной деятельности;
- передача знаний, необходимых для решения жизненных задач, и развитие способности применять эти знания;

Основные способности и умения, выработке которых способствует школьный курс математики:

Знание математики означает владение математическими понятиями и процедурами, появляется навык их использования при решении реальной проблемы; а также владения теми средствами коммуникации, которые необходимы для получения информации и её передачи с использованием математического языка и средств.

Основные способности и умения, формированию которых служит современное математическое образование:

суждение-обоснование

- высказывание предположения и его исследование в частном случае;
- выбор и организация начальных данных (в том числе аксиом или/и известных фактов); выделение существенных свойств и показателей;
- выбор способа доказательства и обоснования (например, при обосновании применения способа допущения противного, применения эвристического метода);
- адекватное применение различных выражений, например: условных («если, то»), количественных, допустимости, определений, теорем, гипотез, перечня возможностей;
- рассмотрение пригодности избранной стратегии и границ её применения;
- развитие линии умозаключения, поиск альтернативного пути, обоснование правильности и эффективности принятого решения; объяснение обоснование выводов, полученных методом обобщения или дедукции;
- анализ теорем, положений, выводов путём ослабления/ограничения одного или нескольких условий;
- случаи исключения и обоснование неприемлемости их обобщения путём нахождения контраргумента.

коммуникация

- корректное использование терминов, обозначений и символов;
- владение способами и методами представления информации, применение; интерпретация информации, представленной разными методами, суждение о ней, умение связать друг с другом;
- осмысление и анализ чужого суждения;
- выбор соответствующих средств получения и передачи информации с учётом аудитории и вопросов;
- определение сути вопроса при передаче информации (например, существенных свойств объекта);

моделирование

- поиск путей и методов измерения размеров, массы, температуры и времени фигур и объектов, также расстояния между ними, и их применение; отбор и нахождение необходимых показателей для моделирования процесса или реальной обстановки;
- нахождение математических объектов и процессов в обычной обстановке (в повседневной жизни) и применение их свойств во время создания модели, в решении практических (бытовых) задач;
- интерпретирование элементов данной модели в контексте той реальности, которую она описывает, и наоборот – интерпретирование данных, полученных в результате наблюдения реальной обстановки, на языке соответствующей модели;

- анализ и оценивание данной модели, в частности, установление ареала действия и адекватности модели; рассмотрение и сравнение возможных альтернатив.

решение проблемы

- восприятие содержания задачи, осмысление-разграничение данных и поисковых величин задачи;
- определение проблемы и её формулирование, в том числе в нестандартной обстановке (например, когда однозначно не определена математическая процедура, необходимая для решения проблемы);
- деление комплексной (сложной) проблемы на ступени, на простые задачи и поэтапное решение, в том числе, с применением стандартных подходов и процедур;
- отбор необходимых для решения проблемы стратегий и ресурсов, их применение и мониторинг эффективности;
- отбор уже знакомых фактов и стратегий и их связь друг с другом для решения проблемы большой сложности;
- критическая оценка полученных результатов с учётом контекста и исследования «пограничных» случаев;
- при решении проблемы выбор адекватных дополнительных технических средств и технологий и их применение;

зависимость

- сотрудничество при выполнении групповых работ; корректность в отношениях с педагогом и друзьями;
- владение способами и методами организации и планирования работы;
- оценивание места и значения математики в различных дисциплинах, в бизнесе, искусстве и различных сферах деятельности человека;
- осознание проблем этического-социального характера и соблюдении этических норм при использовании информационных технологий.

в) описание направлений

В предметной программе по математике выделяются четыре направления: **числа и действия; геометрия и восприятие пространства; анализ данных, статистика и вероятность; закономерность и алгебра.**

Эти направления тесно взаимосвязаны и включают в себя те знания и способности, которыми должен овладеть учащийся в общеобразовательной школе. Деление на направления не означает аналогичного деления курса, оно только показывает спектр изучаемого материала и даёт возможность указать, на что необходимо обратить большее внимание на той или иной ступени обучения.

1. Числа и действия:

- числа, их применение и средства представления;
- действия с числами и числовые соотношения;
- оценка количества и приближения;
- величины, единицы измерения и другие применения чисел.

2. Геометрия и пространственное восприятие:

- геометрические объекты: их свойства, взаимонаправленность и конструирование;
- размеры и средства измерения;
- преобразования и симметричность фигур;

- координаты и их применение в геометрии.

3. Анализ данных, вероятность и статистика:

- источники данных и средства их нахождения;
- способы упорядочения данных и средства их представления;
- числовые характеристики слагаемых данных;
- вероятные модели;
- выборный метод и его числовые характеристики.

4. Закономерности и алгебра:

- множества, отражения, функции и их применение;
- элементы дискретной математики и их применение;
- алгоритмы и их применение;
- алгебраические операции и их свойства.

г) Изучение математики на различных ступенях

Общеобразовательная школа поделена на три ступени: начальная (I – VI классы), базовая (VII – IX классы) и средняя (X – XII классы). Принцип построения учебного курса по математике предусматривает это деление, и на каждой ступени изучение математики служит чётко сформулированным целям.

Числа и действия

Основными целями этого направления является развитие «чувства числа», овладение принципами счёта, изучение арифметических действий и их свойств; изучение позитивных систем записи, их взаимосравнение и применение при выполнении арифметических действий и решении практических задач; изучение системы чисел.

Начальная ступень. На этой ступени происходит формирование навыка адекватного применения арифметических действий; осмысление свойств арифметических действий и связей между ними; развитие навыков оценки результата арифметического действия и значения числового выражения.

Кроме того, у учащегося должно сформироваться полноценное понимание десятичной позиционной системы и умение применять её при выполнении действий с многозначными числами; осмысление различных аспектов дроби (как части целого, как части единства, расположение на числовой оси и результат деления).

Базовая ступень. На этой ступени учащийся должен углубить знания в области целых чисел, дробей, десятичных дробей и процентов таким образом, чтобы после завершения этой ступени он мог применять эквивалентность дробей, десятичные дроби, пропорции и проценты при решении задач и в реальной обстановке. Понимание понятия числа должно быть расширено до рациональных чисел. Учащийся должен уметь указывать приблизительное месторасположение рационального числа на числовой оси. У учащегося должны быть начальные представления об иррациональных числах.

Средняя ступень. Умение производить арифметические действия с числами и знание их свойств/их применение должны стать основой лучшего осмысления алгебраических структур и закономерностей. На этой основе учащийся должен быть готов для расширения и обобщения понятий системы чисел и арифметической операции (например, векторы и матрицы). Кроме того,

должно произойти более глубокое изучение системы целых чисел с применением элементов теории чисел.

Закономерность и алгебра

Основной целью этого направления является формирование у учащегося навыков распознавания и описания закономерностей, алгебраических отношений и функциональных зависимостей, также навыков моделирования с их помощью явлений и решения проблем.

Начальная ступень. На этой ступени целью направления является развитие навыков распознавания зависимости между простыми закономерностями и величинами, изучение свойств арифметических операций и применения буквенных обозначений.

Начальная ступень. На этой ступени целью направления является изучение понятий и процедур, связанных с зависимостью между величинами, также развитие умения связать между собой и сравнить способы их выражения; при решении проблемы - развитие навыка применения буквенных выражений, составления между ними уравнений и их решения; создание начальных знаний о множественности и операциях с нею.

Средняя ступень. Цель этой ступени - изучение видов функций и методов их сравнения; развития навыков применения итерационных и рекуррентных форм при выражении существующей зависимости в различном контексте; развитие навыков применения аппарата дискретной математики при описании и изучении структуры.

Геометрия и пространственное восприятие

Основная цель этого направления – изучение геометрических объектов и их свойств, также методов измерений, геометрических преобразований и алгебраических методов в геометрии.

Начальная ступень. На этой ступени основной целью направления является развитие навыков описания и демонстрирования взаиморасположения геометрических объектов; развитие навыков распознавания компонентов геометрических объектов и описания их соотношений; развитие навыков распознавания групп фигур в зависимости от атрибутов, развитие навыков распознавания фигур в зависимости от их словесного описания и создания их модели.

Базовая ступень. На этой ступени основной целью направления является развитие навыков применения измерений, сравнений и геометрических преобразований при изучении геометрических объектов, при установлении отношений между геометрическими объектами и при их классификации; во время ориентирования в пространстве - изучение применения координат и установление косвенным путём размеров объектов; развитие навыков индукционных/дедукционных умозаключений и высказывания/проверки предположений.

Средняя ступень. На этой ступени должно произойти закрепление навыков индукционных/дедукционных умозаключений и обобщения результатов геометрического исследования; развитие навыков применения координат, тригонометрии и геометрических преобразований для решения практической геометрической проблемы и умения выбрать самый эффективный из этих способов.

Анализ данных, вероятность и статистика.

Целью изучения в общеобразовательной школе статистического аппарата и статистических понятий является упорядочение у учащихся интуитивных представлений о данных, структурное их формирование и развитие у учащихся навыков применения методов вероятности и статистики.

Начальная ступень. Целью обучения на этой ступени является ознакомление учащихся с элементами описательной статистики – средствами сбора, упорядочения, представления и интерпретации качественных и дискретивных количественных показателей.

Базовая ступень. Цель обучения на этой ступени - учащиеся должны овладеть основными понятиями и методами описательной статистики, чтобы с их помощью разобраться в особенностях данных, и уметь, основываясь на данных, высказывать предположения. Кроме того, цель обучения – знакомство учащихся с основами теории вероятности и осознание ими разницы между детерминистической ситуацией и ситуацией, содержащей случайность.

Средняя ступень. Цель обучения на этой ступени – создание у учащихся систематизированных представлений о теории вероятности и статистике, чтобы они могли делать выводы и оценивать их в состоянии неограниченности, распознавали роль вероятности в том или ином начинании и могли количественно оценивать её при принятии решений.

д) организация изучения предмета

На каждой ступени каждого класса общеобразовательной школы математика изучается как обязательный предмет.

е) система оценивания в математике

Компоненты оценивания в математике

1) Компоненты домашних и классных заданий

Оцениваются следующие знания и способности:

1. применение математических понятий и положений;
2. определение связей и отношений;
3. представление математических объектов и владение математическим языком;
4. суждение-обоснование;
5. формулирование задачи;
6. моделирование;
7. пути решения задачи и их реализация;

8. вычисления;
9. применение подсобных технических средств и информационных технологий.

Жизненно-важные умения и навыки

1. творческий подход;
2. сотрудничество (с партнёром, с членами группы);
3. осмысленное применение стратегий с целью содействия учебному процессу;
4. качество участия в учебных активностях.

Навыки и умения оцениваются по следующим критериям:

1. учащийся воспринимает содержание задачи, осмысливает и разграничивает данные задачи и искомые величины; в состоянии организовать и представить данные, в том числе необходимые для решения проблемы;
2. учащийся при передаче правильно и эффективно применяет математические термины и обозначения; адекватно выбирает уровень «строгости» и, в случае необходимости, при обосновывании применяет строгие математические умозаключения (в том числе, индуктивные и дедуктивные);
3. находит, выбирает и применяет пути и методы (в том числе, технологии) для измерения размеров, массы, температуры и времени фигур и объектов, также расстояния между ними; выбирает или находит необходимые данные для моделирования процесса или реальной ситуации;
4. производит интерпретирование элементов модели в контексте той реальности, которой достигает модель, и наоборот – интерпретирование полученных в результате наблюдения за реальной обстановкой данных на языке соответствующей модели; определяет годность модели и оценивает границы её применения;
5. комплексную (сложную) задачу делит на ступени, на простые задачи и решает их поэтапно, в том числе применяя стандартные подходы и процедуры;
6. при решении задач применяет математические объекты, процессы и их свойства;
7. выбирает эффективную стратегию и коротко описывает ступени решения проблемы; следует выбранной стратегии; анализирует выбранную стратегию и обосновывает её эффективность, рассматривает возможные альтернативные стратегии и рассуждает о их преимуществах и недостатках;
8. выбирает адекватный/оптимальный способ вычислений и реализует его;
9. устанавливает связи (например, с другими математическими структурами, объектами и другими дисциплинами) и применяет эти связи как при решении проблемы, так и при анализе полученных результатов;
10. обобщает полученные результаты, устанавливает связи (например, с другими математическими структурами, объектами и другими дисциплинами) и применяет эти связи как при решении проблемы, так и при анализе полученных результатов;
11. выбирает способ обоснования (например, применение допустимости противного при доказательствах, применение эвристического метода при обосновании);

12. при передаче информации делает наглядным суть вопроса (например, существенные свойства математических объектов);
13. корректен в отношениях с преподавателем и друзьями, принимает и анализирует точку зрения других;
14. сотрудничает с одноклассниками при выполнении групповой работы;
15. соответственно с аудиторией и материалом презентации выбирает форму презентации и дополнительные средства (в том числе, информационные технологии); эффективно использует время, предназначенное для презентации;
16. формулирует проблему в понятной для аудитории форме; обосновывает актуальность и значимость проблемы (имеется в виду практическая и/или чисто научная актуальность);
17. для демонстрации использует примеры как из реальной обстановки, так и из математики;
18. добросовестно выполняет задания (с точки зрения срока и количества).

примечание: в начальных классах особое внимание уделяется следующим умениям и навыкам:

1. выполнение арифметических действий (в том числе, с применением совокупности предметов);
2. словесное описание арифметических действий (например, «во столько...», «на столько...»);
3. запись чисел и их названия;
4. распознавание геометрических фигур и их описание;
5. конструирование фигур;
6. описание взаиморасположения фигур;
7. знание и применение способов/средств измерения и определения расстояния;
8. отождествление и расширение простых закономерностей (например, последовательность предметов, периодическая последовательность чисел, мозаичное расположение фигур);
9. словесное описание и спектральное выражение направления, передвижения и маршрута;
10. применение терминов: «все», «каждый», «каждый из», «некоторый», «один из», «ни один», «единственный» при установлении соотношения между свойствами чисел или совокупностью чисел;
11. упорядочение, группировка и классификация чисел в соответствии с указанными критериями;
12. знание и применение единиц измерений (расстояние, время, денежная единица).

2) Компоненты итоговых заданий

Компонент итогового задания связан с результатом изучения-обучения. В этом компоненте оцениваются итоги, достигнутые в результате изучения-переработки одной учебной темы, главы, параграфа, вопроса. При завершении изучения конкретной учебной единицы учащийся должен уметь проявить знания и способности, предусмотренные предметной программой по математике. Соответственно, итоговые задания должны оценивать **итоги, предусмотренные предметной программой по математике.**

Типы итоговых заданий:

В соответствии с требованиями стандарта, рекомендуется применение разнообразных форм итоговых заданий. Итоговые задания по математике могут быть следующих типов:

1. задание открытого или закрытого типа, связанные с текстовой задачей (выбор правильного ответа среди нескольких возможных, установление соответствия, упорядочение в правильной последовательности);
2. чтение текста, передача и обоснование вывода (в том числе, на основе вычислений и логических умозаключений), полученного на основе анализа данных (в том числе, такого текста, который содержит диаграммы и таблицы);
3. решение уравнений, упрощение буквенных выражений, вычисление значения числовых выражений;
4. геометрическая задача, в которой от учащегося требуется установить свойства фигур, определить размеры, построить фигуру;
5. задача, в которой от учащегося требуется на основе заранее определённых данных обосновать или опровергнуть данный факт (например, доказательство теоремы).

Требования, которым должны удовлетворять итоговые задания:

- каждый тип задания должен сопровождаться общей рубрикой его оценивания;
- общая рубрика должна быть уточнена с учётом пройденного материала и условий конкретного задания;
- 10 баллов должны быть распределены в соответствии с критериями, входящими в рубрику;
- должны быть указаны такие итоги стандарта, оцениванию которых служит итоговое задание.

Образец общей рубрики:

Общая рубрика оценивания для текстовой задачи (письменное задание)

- организация данных задачи;
- внесение адекватных обозначений;
- поиски способов решения;
- реализация способа решения и получение ответа.

Образец конкретной рубрики

Текстовая задача, решение которой требует составления и решения уравнения

| ступени | балл |
|---|-----------|
| Организация данных задачи | |
| отбор из текста задачи данных, необходимых для решения | 0 - 1 |
| организация и запись данных таким способом, который облегчит пути поиска решения | 0 - 1 |
| внесение адекватных обозначений | |
| выделение поисковых величин | 0 - 1 |
| использование буквенных обозначений для поисковых величин | 0 - 1 |
| применение правильных обозначений для математических объектов и процедур (например, функция, алгебраическое действие) | 0 - 1 |
| поиск путей решения | |
| умозаключение, предворяющее составление уравнения | 0 - 1 |
| составление уравнения | 0 - 1 |
| реализация пути решения и получение ответа | |
| поиск способа решения уравнения | 0 - 1 |
| решение уравнения и получение ответа | 0 - 1 - 2 |

ГЛАВА XXI
ПРЕДМЕТНЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ
НА НАЧАЛЬНОЙ СТУПЕНИ

I класс
МАТЕМАТИКА

СТАНДАРТ

Результаты, которые согласно направлениям должны быть достигнуты к концу года:

| числа и действия | закономерности и алгебра | геометрия и пространственное восприятие |
|---|---|---|
| <p>мат. I.1. Учащийся может сопоставлять друг с другом числа, названия и количество чисел.</p> <p>мат. I.2. Учащийся может применять названия</p> | <p>мат. I.5. Учащийся может расширить, представить и сравнить друг с другом периодическое расположение (последовательность) предметов.</p> | <p>мат. I.6. Учащийся может распознать и описать плоскую геометрическую фигуру.</p> <p>мат. I.7. Учащийся может изображать плоские геометрические фигуры и распознавать</p> |

| | | |
|---|--|-------------------------------------|
| <p>порядковых чисел.</p> <p>мат. I.3. Учащийся может связывать друг с другом счёт, зависимость между числами и действия по сложению-вычитанию.</p> <p>мат. I.4. Учащийся может оценивать и сравнивать количества.</p> | | <p>взаиморасположение объектов.</p> |
|---|--|-------------------------------------|

Результаты, которые должны быть достигнуты к концу года, и их индикаторы

Направление: числа и действия

мат. I.1. Учащийся может сопоставлять друг с другом числа, названия и количество чисел.

Результат налицо, если учащийся:

- выбирает и создаёт совокупность предметов в соответствии с данным числом и наоборот – подбирает число в соответствии с совокупностью предметов;
- создаёт упорядоченную совокупность равного количества предметов по парам;
- читает и пишет числа; выражает их с помощью различных моделей;
- выделяет из скоплений количественные группы в соответствии с указанным числом (например, выделяет из скопления один десяток).

мат. I.2. Учащийся может применять названия порядковых чисел.

Результат налицо, если учащийся:

- считает от любого числа в прямом/ обратном порядке, объясняет названия чисел от 11 до 20; называет предыдущее и последующее числа от указанного числа;
- называет порядок указанного предмета в упорядоченной совокупности предметов; может расположить предметы в данной последовательности и на указанной позиции;
- использует порядковые числительные при описании последовательности событий или явлений;
- адекватно использует ноль и обозначающий его символ в соответствующих ситуациях;
- различает и называет знаки национальной денежной единицы (монеты и банкноты) в пределах 20-ти.

мат. I.3. Учащийся может связывать друг с другом счёт, зависимость между числами и действия по сложению-вычитанию.

Результат налицо, если учащийся:

- словесно описывает понятия сложения, вычитания, равенства и результата в разных контекстах (например, «прибавим», «вычтем», сложение – увеличение, вычитание – уменьшение, деление, разница);
- может продемонстрировать сложение-вычитание, определяет разницу и описывает соотношения чисел (например, «насколько выросло/уменьшилось...?»);
- при устном счёте использует пошаговый счёт, или другой способ и может продемонстрировать с использованием модели взаимнообратность действия «сложение-вычитание»;
- для заданного скопления называет дополнительное количество, необходимое для заполнения этого скопления до указанного количества; устно выполняет сложение-вычитание посредством 10 и демонстрирует использованный способ.

мат. I.4. Учащийся может оценивать и сравнивать количества.

Результат налицо, если учащийся:

- называет, не считая, точное количество предметов в однородном множестве предметов небольшого размера (количество предметов не превышает 5) и проверяет свой ответ;
- употребляет «на...», чтобы связать действие увеличения/уменьшения с действием сложения/вычитания и демонстрирует это на модели;
- объединяя предметы в пары сравнивает количества в скоплениях, применяет соответствующие термины и обозначения ($>$, $<$, $=$) и определяет разницу («на сколько больше/меньше»);
- выбирает из двух скоплений одно, в котором количество предметов приблизительно равно данному числу, и проверяет свои предположения.

Направление: закономерности и алгебра

мат. I.5. Учащийся может расширить, представить и сравнить друг с другом периодическое расположение (последовательность) предметов.

Результат налицо, если учащийся:

- в соответствии с данным фрагментом **последовательности** заполняет несколько открытых последовательных позиций этой **последовательности**;
- сравнивает две данные последовательности, представленные одинаковыми предметами, в которых равное количество предметов, и в соответствующем случае указывает на те последовательности, которые подчиняются одному и тому же порядку расположения;
- словесно, в соответствии с данным порядком последовательно располагает предметы, которые отличаются только одним атрибутом (*например, такую последовательность мячей одного размера: красный мяч, синий мяч, красный мяч...*).

Направление: геометрия и пространственное восприятие

мат. I.6. Учащийся может распознать и описать плоскую геометрическую фигуру.

Результат налицо, если учащийся:

- в бытовых предметах или их иллюстрациях указывает на названные плоские фигуры;
- выбирает модель указанной фигуры из смешанного скопления;
- описывает указанную геометрическую фигуру (например, указывает количество вершин данного многоугольника).

мат. I.7. Учащийся может изображать плоские геометрические фигуры и распознавать взаиморасположение объектов.

Результат налицо, если учащийся:

- каким-либо способом (например, аппликация или рисунок) создаёт модели или изображения названных плоских фигур;
- сочетает модели различных плоских фигур друг с другом для получения изображения (рисунка), данного на образце;
- правильно отвечает на вопросы относительно взаиморасположения объектов (справа/слева, сверху/снизу, вперёд/назад);
- в указанном порядке соединяет несколько точек на плоскости и простой схеме и отмечает путь к указанному объекту.

Содержание программы

1. Натуральные числа в пределах 20 и ноль.

2. Различные аспекты понятия числа.
3. Применение чисел.
4. Периодические последовательности, представленные посредством предметов.
5. Плоские фигуры: треугольник, четырёхугольник, пятиугольник, шестиугольник, круг.
6. Простые схемы на плоскости (например, точки, соединённые линией).

II класс
МАТЕМАТИКА

стандарт

Результаты, которые согласно направлениям должны быть достигнуты к концу года:

| числа и действия | закономерности и алгебра | геометрия и пространственное восприятие | анализ данных, вероятность и статистика |
|--|---|---|---|
| <p>Мат. II.1. Учащийся может соотносить друг с другом числа, названия чисел, количество и ряд.</p> <p>Мат. II.2. Учащийся может связать друг с другом счёт, числа, зависимость между названиями чисел и действия сложения-вычитания.</p> <p>Мат. II.3. Учащийся может выполнять действия делению пополам/умножения на два и увязывает их со сложением-вычитанием и друг с другом.</p> | <p>Мат. II.6. Учащийся умеет располагать периодические последовательности предметов или рисунков/фигур и сравнивать их друг с другом.</p> <p>Мат. II.7. Учащийся может применять сложение-вычитание при решении математических задач.</p> | <p>Мат. II.8. Учащийся может применять качественные и количественные обозначения при описании фигур.</p> <p>Мат. II.9. Учащийся может ориентироваться в пространстве и описывать взаиморасположение фигур.</p> <p>Мат. II.10. Учащийся может определять размеры фигур и сравнивать их.</p> | <p>Мат. II.11. Учащийся может собирать качественные данные относительно своего непосредственного окружения.</p> <p>Мат. II.12. Учащийся может упорядочить качественные показатели.</p> <p>Мат. II.13. Учащийся может интерпретировать качественные</p> |

| | | | |
|---|--|--|-------------|
| <p>Мат. П.4. Учащийся может оценивать и сравнивать количества в пределах 100.</p> <p>Мат. П.5. Учащийся может применять числа и действия с ними во время вычислений при решении задачи.</p> | | | показатели. |
|---|--|--|-------------|

Результаты, которые должны быть достигнуты к концу года, и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. П.1. Учащийся может соотносить друг с другом числа, названия чисел, количество и ряд.

Результат налицо, если учащийся:

- Читает однозначные и двузначные числа, называет предыдущие и последующие за ними числа; от любого числа считает пошагово вперёд/назад и выражает числа, применяя различные модели (*например, записывает их, используя позитивную систему, или выражает число скоплением соответствующего количества предметов*);
- считает разными способами количество предметов в совокупности предметов и сравнивает полученные результаты друг с другом; демонстрирует запись числа *позиционной десятичной системой* выделением группы десятков в совокупности предметов;
- в записи двузначного числа указывает разряд десятков и единиц, называет значения чисел в этом разряде и объясняет смысл применения нуля в разряде единиц; применяет эти знания при сравнении чисел;
- называет номер указанного *элемента* в упорядоченном множестве фигур или рисунков; называет ряд его предыдущих или последующих членов.

Мат. П.2. Учащийся может связать друг с другом счёт, числа, зависимость между названиями чисел и действия сложения-вычитания.

Результат налицо, если учащийся:

- демонстрирует сложение-вычитание с применением модели, определяет результат действия (*например, «на сколько увеличилось/уменьшилось...?»*);

- при устном счёте использует пошаговый счёт или другой способ (*например, группирует разряды, считает десятками*); демонстрирует взаимнообратность действий;
- устно выполняет сложение-вычитание через 10 и демонстрирует использованный способ (*например, на числовой шкале или в скоплении предметов*).

Мат.П.3. Учащийся может выполнять действия делению пополам/умножения на два и увязывает их со сложением-вычитанием и друг с другом.

Результат налицо, если учащийся:

- демонстрирует действие удвоения, прибавляя к данному количеству предметов предметы такого же количества;
- удваивает числа в пределах 10, также десятки и двадцатки; связывает это действие с соответствующим пошаговым счётом;
- определяет, является или нет указанное количество половиной/удвоением другого указанного количества в условиях конкретной модели (*например, объединяя предметы в пары*);
- выбирает способ (*например, обратный счёт или вычитание*) и делит пополам чётные числа; демонстрирует взаимнообратность удвоения-деления пополам.

Мат. П.4. Учащийся может оценивать и сравнивать количества в пределах 100.

Результат налицо, если учащийся:

- выбирает способ (*например, взаимнооднозначное соответствие элементов – парность*), оценивает («приблизительно равны», «приблизительно половина/вдвое больше») и сравнивает количество в двух множествах; определяет разницу между ними («на сколько больше/меньше», «равно», «в два раза больше/меньше»);
- из двух/трёх скоплений одинаковых предметов выбирает одно, в котором количество предметов приблизительно равно данному числу, и проверяет свои предположения;
- называет близкие к данному числу двадцатку, десяток или пятерку; объясняет ответ.

Мат. П.5. Учащийся может применять числа и действия с ними во время вычислений при решении задачи.

Результат налицо, если учащийся:

- в зависимости от условий задачи определяет, что является данным и что – искомым;

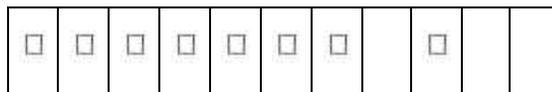
- выбирает соответствующее действие, способ или модель для решения простейшей задачи (*например, сложение, вычитание, удвоение или деление пополам; пошаговый счёт в прямом или обратном порядке, скопление предметов или числовая шкала*);
- применяет пошаговый счёт, и находит второе слагаемое, если известно первое слагаемое и сумма; применяет единичный пошаговый счёт в обратном порядке для определения неизвестного вычитаемого, если известны уменьшаемое и разность, и демонстрирует использованный способ (*например, $9 - ? = 6$, на числовой шкале считает в обратном порядке от 9 до 6 и интерпретирует шаги как вычитаемое; демонстрирует ту же процедуру на числовой шкале*);
- различает, называет и применяет в реальной/разыгранной ситуации национальные денежные знаки (монеты и банкноты в пределах 100).

Направление: Закономерности и алгебра

Мат. II.6. Учащийся умеет располагать периодические последовательности предметов или рисунков/фигур и сравнивать их друг с другом.

Результат налицо, если учащийся:

- в заданной последовательности заполняет несколько пропущенных позиций (*например, «какие фигуры пропущены в позициях?»*)



- сравнивает друг с другом несколько (не более трёх) последовательностей и называет те последовательности, которые подчиняются одному и тому же порядку расположения;
- в соответствии с данным порядком представляет последовательность предметов или рисунков/фигур, различных только одним атрибутом.

Мат. II.7. Учащийся может применять сложение-вычитание при решении математических задач

Результат налицо, если учащийся:

- проверяет, является или нет названное число значением неизвестного компонента данного равенства (*например, $\square + 7 = 10$*);
- составляет эквивалентное уравнение с целыми числами, отражающее реальную обстановку, содержащее одно действие – сложение/вычитание (*например, для двух таких совокупностей денежных монет, которые составляют одну и ту же денежную сумму*);

- применяет *коммутативные (перестановка)* и *ассоциативные (группировка)* свойства сложения для вычисления значения числового выражения.

Направление: Геометрия и пространственное восприятие

Мат. II.8. Учащийся может применять качественные и количественные обозначения при описании фигур.

Результат налицо, если учащийся:

- по геометрическим атрибутам сравнивает и группирует плоские фигуры (*например, в зависимости от количества вершин/сторон*);
- различает внутренние и внешние сферы фигур; указывает точки, расположенные внутри, снаружи и на грани фигуры;
- указывает общие стороны и точки фигур с общей гранью.

Мат. II.9. Учащийся может ориентироваться в пространстве и описывать взаиморасположение фигур.

Результат налицо, если учащийся:

- располагает объекты в соответствии с указанным порядком;
- описывает расположение объектов по отношению к другому объекту, используя соответствующие термины (*например, влево-слева, вправо-справа, вверх-вверху, вниз-внизу*);
- даёт указания, содержащие ориентацию движения, и сам выполняет их.

Мат. II.10. Учащийся может определять размеры фигур и сравнивать их.

Результат налицо, если учащийся:

- сравнивает взаимозаменяемостью размеры длины фигур и выражает результат сравнения соответствующим термином (*например, длинный, короткий, равны*);
- в знакомой ему обстановке находит образцы равных фигур; демонстрирует равенство фигур их взаимозаменяемостью;
- определяет размер длины реального объекта (*например, классной комнаты, спортзала*), применяя при этом нестандартную единицу длины (*например, шаг*).

Мат. П.11. Учащийся может собирать качественные данные относительно своего непосредственного окружения.

Результат налицо, если учащийся:

- собирает данные наблюдением за реальными объектами;
- отбирает несколько данных из краткого перечня однородных данных (не более двух);
- отбирает обязательные данные из простейшей таблицы (с двумя столбиками или двумя строчками).

Мат. П.12. Учащийся может упорядочить качественные показатели.

Результат налицо, если учащийся:

- располагает данные в указанной последовательности или на указанных позициях (в случае последовательного выделения позиций);
- в указанной группе определяет место для каждого данного из совокупности данных (количество данных не превышает десять, а количество групп – три);
- складывает/группирует в каком либо порядке данные об объектах одного класса (*например, геометрические фигуры*); объясняет порядок складывания/группировки.

Мат. П.13. Учащийся может интерпретировать качественные показатели.

Результат налицо, если учащийся:

- словесно характеризует список показателей (в котором объединено не менее 10 показателей) по общему количеству показателей, повтору, последовательности;
- словесно описывает/объясняет пиктограмму, в которой один символ соответствует одному показателю или паре показателей;
- словесно описывает/объясняет простейшую таблицу показателей (с двумя столбиками или двумя строчками).

2. Десятичная позиционная система и её демонстрирование.
3. Арифметические действия с натуральными числами и их демонстрирование.
4. Национальные денежные знаки.
5. Периодические последовательности, представленные посредством предметов, рисунков или фигур.
6. Выражения целых чисел, содержащие сложение/вычитание (не более двух действий), и их эквивалентность.
7. Коммутативность (перестановка) и ассоциативность (группировка) сложения (неформально и без применения соответствующих терминов).
8. Равенства целых чисел, содержащие один неизвестный компонент и одно действие сложения/вычитания.
9. Плоские фигуры: точка, отрезок, ломанная, кривая линия.
10. Области внутри и снаружи фигуры, грани фигуры.
11. Фигуры, имеющие общие грани, их общие стороны и вершины.
12. Равные фигуры.
13. Расстояние, нестандартные единицы измерения длины.
14. Ориентация на плоскости и взаиморасположение объектов.
15. Средства собирания качественных показателей: наблюдения, отбор данных из списка и таблицы.
16. Организация качественных показателей: группирование данных.
17. Количественные и качественные признаки упорядоченной совокупности данных: общее количество данных, повтор, позиция и последовательность в совокупности.
18. Средства представления для качественных показателей: список, таблица, пиктограмма (в которой один символ соответствует одному показателю или паре показателей).

III класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года и по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|---|--|---|---|
| <p>Мат. III.1. Учащийся может отображать, сравнивать и располагать натуральные числа, применяя позиционные системы.</p> <p>Мат. III.2. Учащийся может применить один из способов выполнения действий сложения - вычитания.</p> <p>Мат. III.3. Учащийся может выполнять действия умножения и деления, увязывать их со сложением и вычитанием и друг с другом.</p> <p>Мат. III.4. Учащийся может решать проблемы, связанные с вычислениями, счетом и оцениванием.</p> | <p>Мат. III.5. Учащийся может представлять, сравнивать и исследовать периодические расположения (последовательности) предметов и рисунков/фигур.</p> <p>Мат. III.6. Учащийся может распространять, отображать и исследовать данное соответствие между предметами или между предметами и их атрибутами.</p> <p>Мат. III.7. Учащийся может для решения проблемы составить и применить уравнение, которое содержит числовое изображение.</p> | <p>Мат. III.8. Учащийся может распознать и описать геометрическую фигуру.</p> <p>Мат. III.9. Учащийся может создать графические изображения плоских фигур и моделей.</p> <p>Мат. III.10. Учащийся может найти линейные размеры предметов и фигур и длину расстояния между объектами.</p> | <p>Мат. III.11. Учащийся может собрать качественные и количественные данные относительно данной темы или исследуемого объекта.</p> <p>Мат. III.12. Учащийся может упорядочить и представить дискретные количественные и качественные данные.</p> <p>Мат. III.13. Учащийся может интерпретировать качественные и количественные данные.</p> |

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы:

Направление: Числа и действия

Мат. III.1. Учащийся может отображать, сравнивать, упорядочивать натуральные числа, применяя позиционные системы.

Результат нагляден, если учащийся:

- читает и отображает числа, разъясняет названия чисел в грузинском языке; демонстрирует десятичную позиционную систему, применяя различные модели;
- называет значения, соответствующие цифрам, стоящим в разных разрядах записи числа, представляет число в виде разрядного слагаемого или в другом виде.
- применяет позиционную систему при сравнении чисел, по возрастанию или уменьшению раскладывает числа, количество которых не превышает пяти;
- называет числа предыдущие и последующие за заданным числом; называет ближайшую к заданному числу десятку, сотню или тысячу;
- соответствующими разрядам делениями считает от данного числа вперед/назад.

Мат. III.2. Учащийся может применить один из способов выполнения действий сложения - вычитания.

Результат нагляден, если учащийся:

- для конкретного примера подбирает и применяет разные способы устного счета (сложение/вычитание); объясняет примененный способ и/или производит его демонстрацию на модели. *(Например: сложение – вычитание прохождением разряда, сложением-вычитанием отдельных разрядов, использованием установленных закономерностей; использование удвоения при сложении; разложением разряда);*
- выбирает и применяет адекватный способ выполнения действий сложения и вычитания в случае конкретного примера;
- применяет способ восполнения / разложения до разряда при выполнении действий; обосновывает письменный алгоритм выполнения действий;
- применяет последовательность действий при устном счете и/или при нахождении значения простого численного изображения *(все арифметические действия: например, «Что мы получим в результате, если трижды взять семь и прибавить к ним семь сотен?»).*

Мат. III.3. Учащийся может выполнять действия умножения и деления и увязывать их со сложением и вычитанием и друг с другом.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит демонстрацию действия умножения многочисленным сложением, а демонстрацию действия деления – делением на группы, общее количество которых равно куче;
- увязывает друг с другом умножение и деление, как взаимнообратные действия и производит демонстрацию этого на модели;
- выполняет умножение - деление устно в несложных случаях (*например, умножение однозначных чисел; умножение одно- и двухзначных чисел на 10*).
- выбирает какой-нибудь способ и/или какую-нибудь модель и определяет неизвестный делитель посредством заданных частного и делимого; аналогично, один из множителей – заданными произведением и вторым множителем; решает использованным способом (в пределах 1000).

Мат. III.4. Учащийся может решать проблемы, связанные с вычислениями, счетом и оцениванием.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет сколько пар, пятеро, десятков и др. имеются в данном числе, и обосновывает ответ (*например, сколько десятков в 412, сколько единиц еще остается?*);
- применяет один из способов и находит второе слагаемое, если известны первое слагаемое и сумма; находит неизвестное вычитаемое, используя заданные уменьшаемое и разность (хотя бы, в пределах 1000);
- применяет способы устного счета для сравнения значений числовых изображений (*например, $340+177$ больше или 500 ?*);
- решает задачи на подсчет/ исключение вариантов. (*Напр. Заполняет в выполненном с применением письменного алгоритма образце сложения пропущенные цифры и обосновывает ответ*);
- применяет числа, как опору, при решении проблем; называет примеры применения чисел, как опоры (*например, номера домов, машин, телефонов*).

Направление: закономерности и алгебра

Мат. III.5. Учащийся может представлять, сравнивать и исследовать периодические расположения (последовательности) предметов и рисунков/фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

- выделяет *период последовательности* (длина которого не превышает три позиции);

- взяв зв образец заданную *последовательность* создает схожую *последовательность* с применением других объектов;
- сравнивает друг с другом несколько *последовательностей* и выделяет схожие.

Мат. III.6. Учащийся может распространять, отображать и исследовать данное соответствие между предметами или между предметами и их атрибутами.

Результат нагляден, если учащийся:

- по аналогии или предварительно заданному правилу распространяет фрагмент данного несложного соответствия (*например, для заданного соответствия находящихся вокруг него предметов: лист белый, сумка синяя, доска (?)*);
- по словесно заданным соответствиям заполняет данную таблицу;
- для изображенного с помощью таблицы соответствия, находит первоначальный вид указанного элемента (*например, для данной таблицы, которая изображает, какой учащийся какую оценку получил, т.е. соответствие: учащийся отметка, называет всех тех учащихся, которые получили тройку...*).

Мат. III.7. Учащийся может для решения проблемы составить и применить уравнение, которое содержит числовое изображение.

Результат нагляден, если учащийся:

- создает отображающие реальное обстоятельство эквивалентные изображения целых чисел (*например, равновесие весов, выбирает соответствующие денежные знаки для представления и размена*);
- для решения связанной с реальными обстоятельствами задачи составляет и применяет такие численные изображения, которые содержат одну операцию сложения/ вычитания;
- находит (подбором или каким-нибудь другим способом) значение неизвестного компонента, содержащего равенство сложения, вычитания.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. III.8. Учащийся может распознать и описать геометрическую фигуру.

Результат нагляден, если учащийся:

- распознает пространственные геометрические фигуры в образцах архитектуры и искусства или на иллюстрациях, в предметах бытового назначения или куче моделей фигур;

- различает элементы фигур и использует геометрические термины, называя их (например: *вершина, грань, ребро*);
- применяет буквенные обозначения вершин геометрических фигур, называя элементы фигур (вершины и стороны).

Мат. III.9. Учащийся может создать графические изображения плоских фигур и моделей.

Результат нагляден, если учащийся:

- по словесному описанию геометрической фигуры создает графические изображения этой фигуры;
- выбирает модели плоских геометрических фигур из заданной кучи и создает указанную конфигурацию/фигуру;
- для получения указанной фигуры/указанных фигур делит на части графическое изображение плоской геометрической фигуры или модели.

Мат. III.10. Учащийся определить линейные размеры предметов и фигур и длину расстояния между объектами.

Результат нагляден, если учащийся:

- определяет линейные размеры предмета в нестандартных единицах (напр. в *ладонях*). Затем оценивает его, используя стандартные единицы; рассуждает о необходимости применения стандартных единиц;
- сравнивает и оценивает линейные размеры объектов (в том числе взаимным сравнением) и выражает результат сравнения соответствующими терминами (например, *длинный, короткий, равный*);
- измеряет стороны фигур с применением линейки и фиксирует результат измерения в каких-нибудь стандартных единицах (например, *3 см или 30 мм*).

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. III.11. Учащийся может собрать качественные и количественные данные относительно данной темы или исследуемого объекта.

Результат нагляден, если учащийся:

- читает короткий текст (два - три предложения) и выбирает имеющиеся в тексте данные об указанных объектах;
- ставит вопросы, требующие односложных ответов типа да/нет для получения данных, относительно заданной темы или исследуемого объекта и ведет учет ответов;

- выбирает соответствующее средство для сбора данных (наблюдение, измерение) и применяет его.

Мат. III.12. Учащийся может упорядочить и представить дискретные количественные и качественные данные.

Результат нагляден, если учащийся:

- группирует данные по не менее чем двум признакам и называет признаки, по которым произвел группировку;
- располагает количественные данные по возрастанию и убыванию;
- создает пиктограмму по правилу взаимно-однозначного соответствия на подготовленной преподавателем сетке (например, *схематически изображает каждый объект в соответствующей клетке сетки*).

Мат. III.13. Учащийся может интерпретировать качественные и количественные данные.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает/ разъясняет представленные в виде пиктограммы и таблицы данные в устной форме или/и письменно;
- характеризует единство сгруппированных данных по их общему количеству, по количеству подгрупп, данных повторения, позиции, последовательности данных в каждой подгруппе и в совокупности;
- ставит подытоживающие вопросы к пиктограмме или/ и к данным, представленным в виде простейшей таблицы, состоящей из двух столбиков или двух строк.

Содержание программы

1. Трехзначные натуральные числа.
2. Демонстрирование и применение десятичных позиционных систем.
3. Арифметические действия над натуральными числами.
4. Применение чисел.
5. Представленные с помощью предметов, рисунков или фигур периодические последовательности и их периоды.
6. Соответствия между предметами, между предметами и их атрибутами; изображение соответствий с помощью таблицы; первоначальный вид элемента для заданного соответствия.
7. Изображения целых чисел и их эквивалентность, изображения содержащие сложение/ вычитание.
8. Уравнения целых чисел, содержащие один неизвестный компонент и действия сложения/ вычитания.

9. Пространственные фигуры: куб, прямоугольный *параллелепипед*, пирамида, сфера.
10. Элементы пространственных фигур: вершина, грань, ребро.
11. Линейные размеры фигуры, измерительные приборы и единицы измерения длины: метр, дециметр, сантиметр.
12. Способы сбора качественных и количественных данных: измерение, наблюдение, опрос; выбор данных из прочитанного текста.
13. Организация качественных и количественных данных: типы данных – качественные и количественные данные; группирование качественных данных; группирование количественных данных (кроме деления интервалов по классам); расположение количественных данных по росту и убыванию.
14. Количественные и качественные признаки упорядоченных единств: общее количество данных в совокупности и количество данных в подгруппах; повторение данных, позиция и последовательность в совокупности/подгруппах.
15. Способы представления данных для качественных и количественных данных: таблица, пиктограмма.

IV класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|--|---|---|---|
| Мат. IV.1. Учащийся может отображать, сравнивать и упорядочивать натуральные числа, используя позиционные | Мат. IV.6. Учащийся может построить, изобразить и исследовать соответствие. Мат. IV.7. Учащийся может составлять и | Мат. IV.8. Учащийся может описать геометрические фигуры и произвести их классификацию. Мат. IV.9. Учащийся может создавать | Мат. IV.12. Учащийся может собирать качественные и количественные данные относительно заданной темы или исследуемого |

| | | | |
|--|--|--|---|
| <p>системы.</p> <p>Мат. IV.2. Учащийся может разными способами выполнять действия сложения-вычитания над натуральными числами и оценивать результат действий.</p> <p>Мат. IV.3. Учащийся может использовать один из способов выполнения действий умножения-деления.</p> <p>Мат. IV.4. Учащийся может различать, называть и сравнивать части целого (половина, третья часть, четвертая часть).</p> <p>Мат. IV.5. Учащийся может использовать и увязывать друг с другом различные единицы мер.</p> | <p>применять алгебраические изображения при решении простой математической задачи.</p> | <p>графические изображения и модели плоских и пространственных фигур.</p> <p>Мат. IV.10. Учащийся может находить размеры предметов и фигур и длину расстояния между объектами.</p> <p>Мат. IV.11. Учащийся может ориентироваться по схеме и создавать описывающую маршрут несложную схему.</p> | <p>объекта.</p> <p>Мат. IV.13. Учащийся может упорядочивать количественные и качественные данные.</p> <p>Мат. IV.14. Учащийся может интерпретировать и провести элементарный анализ качественных и количественных данных.</p> |
|--|--|--|---|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: Числа и действия

Мат. IV.1. Учащийся может отображать, сравнивать и располагать натуральные числа, используя позиционные системы.

Результат нагляден, если учащийся:

- читает\изображает числа, применяя различные модели, и демонстрирует позиционную систему (например, единство структурированного единства, *на числовом луче*);
- называет значения, соответствующие цифрам, стоящим в разных разрядах записи числа, представляет число в виде суммы разрядного слагаемого;
- применяет позиционную систему при сравнении чисел, раскладывает заданные четыре/пять чисел по возрастанию или убыванию;
- называет предыдущие и последующие за заданным числом числа, также ближайшие десятку, сотню, тысячную; соответствующими разрядам делениями считает от любого числа вперед/назад.

Мат. IV.2. Учащийся может разными способами выполнять действия сложения - вычитания над натуральными числами и оценивать результат действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- устно выполняет действия сложения-вычитания, используя какой-либо способ, и объясняет этот способ;
- выполняет сложение-вычитание, используя разные способы (оценка, устный счет, письменные алгоритмы); для конкретного примера выбирает самый удобный из них;
- сравнивает результат вычисления с полученным по собственной предварительной оценке ответом, и рассуждает о верности результата;
- заполняет пропущенные цифры в образце сложения-вычитания, выполненным в виде письменного алгоритма, и обосновывает ответ.

Мат. IV.3. Учащийся может использовать один из способов выполнения действий умножения-деления.

Результат нагляден, если учащийся:

- устно делит двузначное число на однозначное, в соответствующем случае называет частное и остаток; обосновывает ответ;
- объясняет укороченное правило умножения числа на 100 и 1000 и т.д. и цифр, заканчивающихся на нули; применяет его при выполнении вычислений;
- применяет письменный алгоритм для выполнения действий умножения-деления над числами и разъясняет применяемый способ (при делении на однозначное число); в соответствующем случае указывает на остаток;
- при решении задач на вычисления, в случае деления с остатком, производит интерпретацию остатка с учетом контекста задачи.

Мат. IV.4. Учащийся может различать, называть и сравнивать части целого (половина, третья часть, четвертая часть).

Результат нагляден, если учащийся:

- распознает и называет половину, третью/четвертую части целого на разных моделях (*на моделях отрезка, прямоугольника и круга*, например, торт/часы, плитка шоколада);
- демонстрирует часть, как результат деления целого на равные части, а также результат деления структурированного скопления предметов на равное количество групп;
- применяет удвоение, увязывая четвертую часть и половину целого;
- сравнивает часть целого с половиной целого на модели (больше, меньше половины, равна половине).

Мат. IV.5. Учащийся может применять и увязывать друг с другом различные единицы мер.

Результат нагляден, если учащийся:

- изображает какую-либо большую единицу длины/веса (также, половину большой единицы) малой единицей. (Напр., $2\text{м} = 2\text{дм}$, $2\text{м} = 200\text{см}$; $4\text{кг} = 4000\text{грамм}$);
- применяет известное соотношение между единицами времени (часы и минуты) и, применяя арифметические действия, находит интервал времени (до одного часа); половину/четверть одного часа изображает в минутах;
- применяет деление с остатком при переводе данных из данной единицы измерения в другую единицу (например, $320\text{см} = ?\text{м}$, $? \text{см}$, $100\text{минут} = ?\text{часов}$).

Направление: закономерность и алгебра

Мат. IV.6. Учащийся может построить, изобразить и исследовать соответствие.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет одно и то же соответствие независимо от способа его изображения;
- каким-либо способом (например, словесным, посредством таблицы или схемы) находит *первоначальный вид* указанного элемента для заданного соответствия;
- выстраивает адекватное реальному обстоятельству соответствие между двумя заданными группами объектов (например, *учащиеся и парты в классной комнате*) и изображает его посредством таблицы или схемы.

Мат. IV.7. Учащийся может составлять и применять алгебраические изображения при решении простой математической задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- объясняет задачи, связанные с простой пропорциональной зависимостью (в которых по соответствующему единице числу необходимо вычислить соответствующее нескольким единицам число, например, **вычисление стоимости нескольких единиц по единице стоимости**);
- для нахождения значения числового изображения применяет *коммутативность, ассоциирование* сложения и умножения и *дистрибутивность* сложения по отношению к умножению;
- находит значение неизвестного компонента равенства, содержащего сложение, вычитание, умножение, деление;
- при решении задачи различает необходимые и лишние данные.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. IV.8. Учащийся может описать геометрические фигуры и классифицировать их.

Результат нагляден, если учащийся:

- сравнивает и группирует пространственные фигуры по геометрическим атрибутам;
- на изображениях пересекающихся фигур указывает, как общие точки, также те точки, которые относятся только к одной фигуре;
- в пространственной фигуре указывает граничащие/неграничащие грани, пересекающиеся/непересекающиеся ребра.

Мат. IV.9. Учащийся может создавать графические изображения и модели плоских и пространственных фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

- по образцу создает модель или каркас указанной пространственной фигуры с использованием различного материала;
- создает графическое изображение плоской фигуры (или группы фигур) на основе ее (их) словесного описания (например, *Нарисуй квадрат или прямоугольник, имеющие один и тот же периметр*);
- из моделей пространственных геометрических фигур создает указанную конфигурацию/фигуру; расчленяет графическое изображение или модель плоской геометрической фигуры для получения указанной фигуры/фигур.

Мат. IV.10. Учащийся может находить размеры предметов и фигур и длину расстояния между объектами.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит оценку расстояния между двумя объектами в соответствующей стандартной единице, измеряет его и проверяет свое предположение;
- измеряет и считает длину ломанной, периметр многоугольника и фиксирует результат в соответствующей стандартной единице;
- по соответствующему реальной обстановке схематическому изображению (на котором отмечены расстояния) находит кратчайшее расстояние между двумя объектами (напр., *длина маршрута от дома до школы*).

Мат. IV.11. Учащийся может ориентироваться по схеме и создавать описывающую маршрут несложную схему.

Результат нагляден, если учащийся:

- выделяет на схеме обозначенный символами маршрут;
- применяет символы (напр., *буквенное обозначение*) для описания маршрута между двумя точками, обозначенными на схеме;
- схематически изображает соответствующий реальным обстоятельствам маршрут (напр., *маршрут от школы до дома*).

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. IV.12. Учащийся может собирать качественные и количественные данные относительно данной темы или исследуемого объекта.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает необходимые данные из соответствующих категорий упорядоченных данных;
- в связи с данной темой ставит несколько вопросов, содержащих альтернативный выбор, и с их помощью находит необходимые данные (напр., *«Какому сорту мороженого отдаешь предпочтение – шоколадному, клубничному или сливочному?»*);
- выбирает соответствующее средство сбора данных (наблюдение, измерение), применяет его, разъясняет свой выбор.

Мат. IV.13. Учащийся может упорядочивать количественные и качественные данные.

Результат нагляден, если учащийся:

- располагает объединенные в группе (не менее десяти) данные (напр., *по росту или убыванию располагает числовые данные; лексикографическим методом располагает фамилии, среди которых в нескольких имеются не менее двух одинаковых первых букв*);
- группирует данные не менее чем по двум признакам и объясняет правило группирования;
- правильно заполняет таблицу, схему, вопросник/анкету (напр., вносит данные в соответствующие клетки готовой таблицы).

Мат. IV.14. Учащийся может интерпретировать и провести элементарный анализ качественных и количественных данных.

Результат нагляден, если учащийся:

- задает поисковые/подытоживающие вопросы о представленных в виде таблицы данных;
- описывает/разъясняет устно или/и письменно представленные в виде столбовой диаграммы данные;
- сравнивает два единства данных и находит качественные различия между ними (качественность связана с однородностью/типом данных в единстве, повторяемостью, позицией и последовательностью данных.).

Содержание программы

1. Натуральные числа в пределах миллиона.
2. Действия над натуральными числами.
3. Деление с остатком.
4. Половина, третья и четвертая части целого только в порядке ознакомления. (Запись части в виде дробей и знания о дробях не подразумеваются).
5. Единицы длины.
6. Единицы времени: часы и минуты, начальные представления о 12-часовом формате часов.
7. Единицы веса: килограмм, грамм.
8. Соответствия между предметами, предметами и их атрибутами; отображение соответствия с помощью таблицы и схемы; прообраз *элемента* для заданного соответствия.
9. Содержащие сложение, вычитание и умножение изображения с целыми числами, и их *эквивалентность*.
10. Коммутативность (перемещение), ассоциирование (группирование) сложения и умножения, и дистрибутивность (*распределение*) умножения по отношению к сложению.

11. Текстовые задачи, которые решаются способом алгебраических изображений, содержащих сложение, вычитание и умножение.
12. Пространственные фигуры: призма, конус, цилиндр.
13. Взаиморасположение элементов пространственных фигур: смежные и не смежные грани, пересекающиеся и непересекающиеся ребра.
14. Периметр многоугольника.
15. Схемы, описывающие взаиморасположение объектов в реальном обстоятельстве.
16. Средства сбора качественных и количественных данных: измерение, наблюдение, опрос; выбор данных из простейших источников данных (напр., из справочника).
17. Организация качественных и количественных данных: группирование данных, расположение количественных данных по росту-убыванию; расположение качественных данных лексикографическим способом.
18. Способы представления для качественных и количественных данных: таблица, пиктограмма, столбовая диаграмма.

V класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|---|--|--|--|
| <p>Мат. V.1. Учащийся может применить новые числовые имена и позиционные системы и классифицировать натуральные числа.</p> <p>Мат. V.2. Учащийся может прочесть, изобразить, оценить, сравнить и расположить дроби.</p> | <p>Мат. V.5. Учащийся может изобразить и описать зависимость между величинами.</p> <p>Мат. V.6. Учащийся может составить алгебраические изображения и упростить их при решении задачи.</p> | <p>Мат. V.7. Учащийся может распознать, описать и изобразить геометрические фигуры.</p> <p>Мат. V.8. Учащийся может установить отношения между фигурами и между элементами фигур.</p> <p>Мат. V.9. Учащийся может высчитать</p> | <p>Мат. V.11. Учащийся может получить качественные и количественные данные, необходимые для решения поставленных задач.</p> <p>Мат. V.12. Учащийся может в подходящей форме представить качественные и количественные данные для решения</p> |

| | | | |
|---|--|---|--|
| <p>Мат. V.3. Учащийся может выполнить действия с натуральными числами и над равнозначными дробями с равными знаменателями.</p> <p>Мат. V.4. Учащийся может увязать друг с другом и применить различные единицы мер.</p> | | <p>площадь плоских фигур и сравнить их.</p> <p>Мат. V.10. Учащийся может ориентироваться на ареале, покрытом сеткой.</p> | <p>поставленных задач.</p> <p>Мат. V.13. Учащийся может интерпретировать качественные и количественные данные и провести их анализ.</p> |
|---|--|---|--|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. V.1. Учащийся может применить новые числовые имена и позиционные системы и классифицировать натуральные числа.

Результат нагляден, если учащийся:

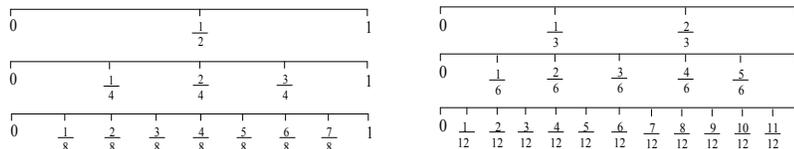
- читает большие, чем миллион числа с использованием новых названий чисел, и объясняет новые названия;
- находит заданный новым названием ряд большого (чем миллион) числа (*например, из скольких цифр состоит записанная в десятичную позиционную систему такое число?*);
- применяет 10-ую степень при записи чисел. Рассуждает о преимуществе десятичной позиционной системы в сравнении с другими числовыми системами (*например, египетская или римская системы*);
- находит множители и делители однозначных и двухзначных чисел;
- различает нечетные, четные, простые и составные числа, обосновывает признаки деления на 2 и 5;
- применяет понятие квадрата числа, распознает квадрат натурального числа среди двухзначных натуральных чисел.

Мат. V.2. Учащийся может прочитать, изобразить, оценить, сравнить и расположить дроби.

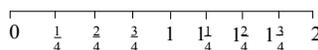
Результат нагляден, если учащийся:

- читает и изображает обычные и смешанные дроби; указывает в их записи на числитель и знаменатель дробных числительных, целую и дробную части;
- на *числовом луче* изображает части единичного и отмечает равные части; считает такие части соответствующими делениями (в том числе проходя единичное);

образец 1



образец 2



- сравнивает две дроби, в том числе с применением основного свойства дробей;
- пишет смешанные дроби в виде неправильных дробей и наоборот; производит разную интерпретацию понятия (правильной) дроби и рассуждает о связях между ними (дробь, как запись результата деления двух натуральных чисел, часть единичного, подгруппа целой группы и как определенное место на «числовом луче»).

Мат. V.3. Учащийся может выполнить действия с натуральными числами и над равнозначными дробями с равными знаменателями.

Результат нагляден, если учащийся:

- с учетом контекста задачи подбирает и применяет адекватный способ выполнения действий с натуральными числами; в случае деления с остатком производит интерпретацию остатка с учетом контекста задачи;
- производит демонстрацию арифметических действий на простых дробях с одинаковым знаменателем и интерпретирует результаты действий, применяя модели (например, *куски пирожного*);
- рассуждает о том, как меняются дроби при возрастании\убывании «на \ в ... раз(а)» только знаменателя или только числителя; обосновывает ответ (*например, с применением модели*);
- применяет свойства действий и связи между ними при вычислениях со смешанными числами / для их упрощения (*сложение/вычитание смешанных чисел; умножение дробей на натуральное число*).

Мат. V.4. Учащийся может увязать друг с другом и применить различные единицы мер.

Результат нагляден, если учащийся:

- увязывает друг с другом единицы длины и площади, применяет запись квадрата числа в этом контексте;
- увязывает друг с другом различные единицы площади; применяя малую единицу, изображает большую единицу площади;
- применяет 12 и 24-часовой формат времени и, применяя арифметические действия, определяет время и интервал времени;
- применяет деление с остатком при изображении меры, заданной в данной единице, другой единицей (например, сколько часов составляют *50000 секунд*).

Направление: закономерности и алгебра

Мат. V.5. Учащийся может изобразить и описать зависимость между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает (в том числе в реальных обстоятельствах) равномерное изменение какой-либо величины, которая получается сложением/вычитанием постоянной величины;
- для заданных отношений *качественно описывает*, какое влияние оказывает изменение одной величины на зависимую от нее вторую величину и другие атрибуты. (Например, *"увеличение одной вызовет увеличение другой"*, *"по сравнению с уровнем моря более высокое место на карте обозначено более темным цветом"*);
- в буквенном изображении, содержащем одну переменную, заполняет различными числами изображающую зависимость между значениями переменных и значением изображения таблицу, в которой колонка/строка, соответствующая значению переменной, заполнена заранее.

Мат. V.6. Учащийся может составить алгебраические изображения и упростить их при решении задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- составляет соответствующее реальным обстоятельствам или их словесному описанию равенство, неравенство или уравнение (в котором неизвестное находится только на одной стороне);
- задает вопросы для заполнения неполных данных в условии задачи при решении текстовой задачи с применением арифметических операций. (Например, *условие задачи: "Учащийся"*

заплатил за три карандаша 60 тетри. Сколько стоит один карандаш?” Для недостающего данного можно поставить вопрос: “Равна ли стоимость всех карандашей?”);

- применяет коммутативность, ассоциативность сложения и умножения и свойство дистрибутивности умножения по отношению к сложению для упрощения буквенного изображения (содержащих одну переменную).

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. V.7. Учащийся может распознать, описать и изобразить геометрические фигуры.

Результат нагляден, если учащийся:

- указывает элементы круга/окружности; корректно применяет связанные с кругом/окружностью термины (цент, диаметр, радиус, хорда);
- делит окружность/круг на равные (половина, четверть) дуги/сектора; применяет их для сравнения и группирования углов (тупые, прямоугольные, острые и развернутые);
- готовит развертку прямоугольного параллелепипеда и куба; по данной развертке готовит модель и называет полученную фигуру.

Мат. V.8. Учащийся может установить отношения между фигурами и между элементами фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

- классифицирует треугольники по их углам (тупоугольные, прямоугольные, остроугольные);
- указывает на параллельные и взаимопересекающие стороны плоской фигуры, рассуждает, будут пересекаться или нет данные углы после продления;
- на модели пространственной фигуры указывает на параллельные и взаимопересекающиеся грани, рассуждает, пересекутся или нет данные грани вследствие их расширения.

Мат. V.9. Учащийся может высчитать площадь плоских фигур и сравнить их.

Результат нагляден, если учащийся:

- покрывает фигуру одинаковыми не покрывающими её фигурами и называет количество фигур, необходимых для покрытия;
- сравнивает совмещаемость фигур или оценивает их площади (например, когда одна фигура помещается в другой, тогда ее площадь меньше);
- применяет аддитивность площадей для подсчета площади фигуры, полученной комбинацией не покрывающих фигур.

Мат. V.10. Учащийся может ориентироваться на ареале, покрытом сеткой.

Результат нагляден, если учащийся:

- *применением координат* (парой символов) описывает расположение и применяет этот способ в реальных обстоятельствах (*например, кинотеатр, игра «Морской бой», шахматная доска, поиск объекта на карте*);
- перемещается на листке в клетку по инструкции и описывает, как дойдет от заданной клетки до другой (*например, две клетки влево, а затем на одну клетку вверх*);
- описывает на карте взаиморасположение двух или более пунктов, применяя четыре направления (*например, Севернее, на Запад*).

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. V.11. Учащийся может получить качественные и количественные данные, необходимые для решения поставленных задач.

Результат нагляден, если учащийся:

- из данного перечня вопросов выбирает и использует соответствующий/ соответствующие вопрос/вопросы для сбора необходимых данных;
- в связи с данной темой задает вопросы в соответствующей форме (открытые, закрытые, содержащие альтернативный выбор) и с их помощью находит необходимые данные;
- выбирает подходящий способ сбора данных (наблюдение, измерение, выбор данных из заданного единства) и применяет его, обосновывая свой выбор.

Мат. V.12. Учащийся может в подходящей форме представить качественные и количественные данные для решения поставленных задач.

Результат нагляден, если учащийся:

- для классифицированных данных указанным правилом однозначного соответствия создает пиктограмму, один символ которой соответствует нескольким данным;
- создает простую таблицу, содержащую не более двадцати классифицированных и упорядоченных данных (*например: определяет рамку, заголовок, количество столбцов и строчек и составляет таблицу данных*);
- для классифицированных данных указанным правилом однозначного соответствия создает столбовую диаграмму на листе в клетку (*например: определяет рамки, заголовок, количество столбцов и раскрашивает полоски соответствующей длины на листке в клетку*).

Мат. V.13. Учащийся может интерпретировать качественные и количественные данные и провести их анализ.

Результат нагляден, если учащийся:

- ставит поисковые/подытоживающие вопросы о данных, которые представлены в виде столбчатой диаграммы (например, *Сколько сортов мороженого необходимо купить для праздника? Сколько штук каждого сорта мороженого? Какой сорт мороженого любит большее число наших одноклассников – шоколадное или клубничное? Какой сорт мороженого самый популярный среди них? Среди мальчиков? Среди девочек? Почему?;*
- сравнивает два единства данных и показывает качественные и количественные сходство и различия между ними (качественность связана с видом/типом данных в группе, повторяемостью, позицией и последовательностью *выбранных данных*);
- высказывает предположение на основании данных (например, *на основании результатов опроса “кто какие средства передвижения использует, чтоб прийти\приехать в школу” высказывает предположение, о том, примерно, сколько детей живет рядом со школой*).

Содержание программы

1. Натуральные числа и действия с ними.
2. Натуральные числа больше миллиона (миллиард, триллион и т.д.).
3. Знакомство с другими числовыми системами.
4. Неотрицательные дроби с равным значением и действия с ними.
5. Сравнение, упорядочение и отражение дробей с разными знаменателями.
6. Квадрат числа в контексте с площадью.
7. Связь между единицами длины и площади.
8. Единицы времени (часы, минуты, секунды), 12 и 24 часовой формат времени.
9. Единицы веса (килограмм, грамм, миллиграмм).
10. Зависимость между двумя величинами, которые даны содержащим сложение/вычитание изображением; изображение зависимости между двумя величинами в виде таблицы.
11. Числовые и буквенные изображения, содержащие сложение, вычитание и умножение, и их упрощение.
12. Числовые неравенства, содержащие сложение и вычитание, и их свойства.
13. Текстовые задачи, которые решаются алгебраическими изображениями, содержащими сложение, вычитание и умножение или обозначение одной буквой.
14. Круг/окружность: центр, радиус, диаметр, хорда, дуга, сектор.
15. Угол (неформально, как элемент многоугольника).
16. Виды треугольника: тупоугольный, прямоугольный, остроугольный.
17. Отношения между ребрами прямоугольника: параллельные и пересекающиеся ребра; отношения между гранями многогранника: противоположные и смежные грани.
18. Площадь (неформально, как количество покрывающих фигур в покрытой одинаковыми не покрывающими фигурами фигуре).
19. Координаты (неформально, как указание местоположения парой символов).
20. Средства сбора качественных и количественных данных: измерение, наблюдение, опрос; выбор данных из простейших источников данных (например, из справочника, каталога).
21. Организация качественных и количественных данных: классификация данных (кроме группирования количественных данных по интервалам).

22. Качественные и количественные признаки упорядоченных единств данных: выделяющие (например: экстремальные, редкие) данные.
23. Способы представления для качественных и количественных данных: таблица частот, пиктограмма, столбовая диаграмма.

VI класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|---|--|--|--|
| <p>Мат. VI.1. Учащийся может изобразить, сравнить и упорядочить неотрицательные рациональные числа с применением позиционных систем.</p> <p>Мат. VI.2. Учащийся может выполнить действия с неотрицательными рациональными числами и оценить результаты действий.</p> <p>Мат. VI.3. Учащийся может увязать различные единицы мер друг с другом и применить их.</p> <p>Мат. VI.4. Учащийся может решить</p> | <p>Мат. VI.5. Учащийся может изобразить, распространить и описать зависимость между величинами.</p> <p>Мат. VI.6. При решении проблемы учащийся может составить, упростить алгебраическое изображение.</p> | <p>Мат. VI.7. Учащийся может распознать, описать и различными способами изобразить пространственные фигуры.</p> <p>Мат. VI.8. Учащийся может продемонстрировать геометрические преобразования.</p> <p>Мат. VI.9. Учащийся может установить соотношения между фигурами и элементами фигур.</p> <p>Мат. VI.10. Учащийся может рассчитать площадь плоской фигуры для решения проблем.</p> | <p>Мат. VI.11. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения поставленной задачи.</p> <p>Мат. VI.12. Учащийся может упорядочить качественные и количественные данные и для решения задачи представить их в приемлемой форме.</p> <p>Мат. VI.13. Учащийся может интерпретировать и провести элементарный анализ качественных и количественных данных.</p> |

| | | | |
|---|--|--|--|
| проблемы с применением расчетов, подсчета вариантов и использованием соотношений. | | | |
|---|--|--|--|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. VI.1. Учащийся может изобразить, сравнить и упорядочить неотрицательные рациональные числа с применением позиционных систем.

Результат нагляден, если учащийся:

- с данными цифрами (например, *пять, шесть или семь*) создает наибольшее/наименьшее пятизначное, шестизначное или семизначное число;
- изображает десятичные дроби различными способами (в том числе на числовом луче); пишет конечные десятичные дроби в виде дробей;
- читает запись конечных десятичных дробей; указывает разряды и называет значения цифр по разрядам; применяет эти знания при сравнении и упорядочении десятичных дробей (*в том числе и на числовом луче*);
- в изображении десятичных дробей указывает на её целые и дробные части, на числитель и знаменатель; применяет эти знания при оценке/сравнении и упорядочении дробей;
- изображает дроби в несокращенном виде; изображает дроби конечной дробью в соответствующих случаях.

Мат. VI.2. Учащийся может выполнить действия с неотрицательными рациональными числами и оценить результаты действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет основное свойство дроби при выполнении действий сложения-вычитания с дробями; находит часть данного числа и объясняет обратные задачи;
- применяет эквивалентную форму записи рационального числа и свойства математических действий для упрощения расчетов (*например, при их устном выполнении*);

- округляет десятичные дроби с заданной точностью (десятичной и сотой); приблизительно находит (без указания точности) значение арифметического изображения;
- находит неизвестный делитель посредством заданных частного и делимого; аналогично находит один из неизвестных множителей посредством заданных другого множителя и произведения; проверяет ответ.

Мат. VI.3. Учащийся может увязать различные единицы мер друг с другом и применить их.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет умножение на десятичные дроби для изображения соотношения малой единицы мер (длина, площадь, вес, объем, емкость) с большей единицей;
- увязывает друг с другом соответствующие единицы длины, площади и объема;
- применяет пропорциональность и оценку при решении задач по естествознанию (задачи по определению масштаба, по растворам, сплавам);
- применяет знания о временных поясах, соотношениях и действиях сложение-вычитание между единицами времени для поиска отрезка времени (например, определяет время посадки в Бостоне самолета, вылетевшего из Тбилиси в *6:00 утра, если разница во времени между Тбилиси и Бостоном 9 часов, а перелет занимает 13 часов*).

Мат. VI.4. Учащийся может решить проблемы с применением расчетов, подсчета вариантов и использованием соотношений.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет знания о позиционной системе, методы исчерпания и исключения, деления с остатком при решении задач (например, задачи по подсчету вариантов; вписывает пропущенные цифры в образец умножения, выполненного с применением письменного алгоритма, и обосновывает ответ; устанавливает, сколько лет составляют, например 1200 дней, с учетом високосных годов);
- правильно использует термины "все", "каждый", "некоторый", "один из", "ни один", "единственный" при установлении отношений между свойствами чисел или числовых единствах;
- применяет отношения общего\частного типа и рассуждает о правильности высказывания о свойствах\закономерностях чисел;
- при решении задач по расчетам рассуждает, что более целесообразно - оценивание результатов арифметических действий или нахождение точного значения.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. VI.5. Учащийся может изобразить, распространить и описать зависимость между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для заданной зависимости (в том числе в реальных обстоятельствах) *в качественном и количественном плане* описывает, какое влияние производит изменение одной величины на зависимую от него вторую величину и другие атрибуты;
- по правилу, заданному словесно или в буквенном изображении, записью различных чисел заполняет таблицу зависимости между величинами;
- распространяет таблицу зависимости между величинами: для заданного значения переменной находит пропущенные значения *зависимой величины*.

Мат. VI.6. При решении проблемы учащийся может составить, упростить алгебраическое изображение.

Результат нагляден, если учащийся:

- составляет соответствующее реальным обстоятельствам или их словесному описанию (заданному линейным изображением) равенство, неравенство или уравнение;
- для решения задачи по составленному уравнению устанавливает, какое влияние производит изменение одной величины на решение задачи;
- применяет коммутативные, ассоциативные и дистрибутивные свойства для упрощения буквенных изображений и установления эквивалентности алгебраических изображений.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. VI.7. Учащийся может распознать, описать и различными способами изобразить пространственные фигуры.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет возможный тип пространственной фигуры по заданным геометрическим атрибутам (например, форма и количество *граней*);
- описывает данные графические изображения пространственных фигур или взаиморасположение фигур с применением соответствующей терминологии. (Например, к какой *грани прямоугольного параллелепипеда принадлежит указанная вершина*);

- готовит развертку пространственной фигуры; различает пространственные фигуры по их разверткам.

Мат. VI.8. Учащийся может продемонстрировать геометрические преобразования.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит параллельный перенос плоской фигуры (точки, отрезка, ломанной, многоугольника), переводя её указанную точку на указанную точку плоскости;
- относительно указанной оси симметрии выстраивает на листе в клетку фигуру, симметричную плоской фигуре;
- находит ось/оси симметрии симметричной конфигурации фигур и обосновывает ответ (например, *со сложением, применением зеркала*).

Мат. VI.9. Учащийся может установить соотношения между фигурами и элементами фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

- для разных фигур (плоских, пространственных) считает и сравнивает друг с другом значения характеристики Эйлера; применяет формулу Эйлера для установления количества элементов пространственных фигур;
- применяет геометрические преобразования для установления конгруэнтности и симметричности фигур;
- делает заключение о взаиморасположении окружностей на плоскости, с применением их радиусов и расстояния между центрами.

Мат. VI.10. Учащийся может рассчитать площадь плоской фигуры для решения проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- покрывает плоскую фигуру однородной сеткой квадратов и оценивает ее площадь (например, *считает минимальное количество квадратов, необходимых для полного покрытия фигур, количество квадратов, помещенных внутри фигуры, и оценивает площадь, как величину, помещенную между этими двумя числами*);
- в реальной обстановке находит площадь прямоугольного объекта (например, *пол классной комнаты*) и результат представляет в соответствующих единицах (в том числе и с применением дробей);
- применяет аддитивность площади для решения практических задач по вычислению площадей.

Мат. VI.11. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения поставленной задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- совершает опрос указанных респондентов при помощи готовой(ого) анкеты/ вопросника и собирает данные;
- проводит простой статистический эксперимент и собирает данные (например, просит своих одноклассников оценить длину какого-нибудь отрезка в нарисованной на доске фигуре и длину отдельно взятого того же отрезка);
- подбирает соответствующий способ сбора данных (наблюдение, измерение, выбор данных из заданного единства) и применяет его, обосновывает свой выбор.

Мат. VI.12. Учащийся может упорядочить качественные и количественные данные и для решения задачи и представить их в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- классифицирует и упорядочивает качественные и количественные данные (кроме группирования по интервалам дискретных количественных данных);
- создает таблицу данных, в том числе и для сгруппированных количественных данных;
- выстраивает круглые и столбчатые диаграммы (когда данные дают возможность легкого подбора шкалы).

Мат. VI.13. Учащийся может интерпретировать и провести элементарный анализ качественных и количественных данных.

Результат нагляден, если учащийся:

- подсчитывает итоговые числовые характеристики (средние, наибольшие и наименьшие значения данных) для дискретных количественных данных и применяет их для характеристики единства данных;
- сравнивает несколько единств данных посредством их статистических характеристик, заданных заранее;
- находит существующие в единстве данных закономерности и рассуждает о них.

Содержание программы

1. Действия с неотрицательными дробями, имеющими разный знаменатель.
2. Неотрицательные десятичные дроби; связи десятичных дробей и дробных десятичных (случай конечных десятичных дробей).
3. Действия с неотрицательными десятичными дробями.
4. Связь между единицами длины, площади и объема.
5. Единицы времени (час, минута, секунда; год, високосный год).
6. Единицы длины и объема и связь между ними.
7. Зависимости между двумя величинами, которые даются содержащим сложение, вычитание или умножение изображением.
8. Содержащие сложение, вычитание или умножение числовые и буквенные изображения, их упрощение и применение при решении текстовых задач.
9. Содержащие сложение, вычитание или умножение числовые неравенства и их свойства.
10. Геометрические преобразования на плоскости: осевая симметрия, параллельный перенос.
11. Площадь плоских фигур.
12. Количественная зависимость между элементами фигур (например, формула Эйлера).
13. Модели пространственных фигур, развертки куба и прямоугольного параллелепипеда.
14. Способы сбора качественных и количественных данных: измерение, наблюдение, опрос; выбор данных из источника (например, справочника, каталога, Интернета); статистический эксперимент.
15. Организация качественных и количественных данных: сгруппированные по интервалам количественных данных.
16. Качественные признаки упорядоченных единств данных: закономерности типа повтора.
17. Способы представления данных для качественных и количественных данных: столбовые и круглые диаграммы.
18. Подытоживающие числовые характеристики данных для качественных и количественных данных: измеритель центральной тенденции – средние, наибольшие и наименьшие значения данных.

Глава XXII

Предметные компетенции на базовой ступени

VII класс
Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| | | | |
|------------------|--------------------------|------------------------|------------------------------|
| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие | Анализ данных, вероятность и |
|------------------|--------------------------|------------------------|------------------------------|

| | | пространства | статистика |
|---|--|---|---|
| <p>Мат. VII.1. Учащийся может прочитать, изобразить, сравнить и упорядочить рациональные числа с применением позиционных систем; исследовать свойства чисел с применением позиционных систем.</p> <p>Мат. VII.2. Учащийся может различными способами выполнить действия с рациональными числами.</p> <p>Мат. VII.3. Учащийся может оценить результат действия с рациональными числами.</p> <p>Мат. VII.4. Учащийся может увязать друг с другом разные единицы мер и применить их при решении задач.</p> | <p>Мат. VII.5. Учащийся может распознать и изобразить прямо пропорциональную зависимость между величинами.</p> <p>Мат. VII.6. Учащийся может применять понятия множества и операции с ним при решении задач.</p> <p>Мат. VII.7. Учащийся может упростить алгебраическое изображение и решить линейное уравнение.</p> <p>Мат. VII.8. Учащийся может расширить периодическую последовательность объектов и проанализировать числовую последовательность, имеющую постоянную прибыль.</p> | <p>Мат. VII.9. Учащийся может распознать геометрические фигуры, сравнить и классифицировать их разновидности.</p> <p>Мат. VII.10. Учащийся может представить геометрические объекты в соответствии с контекстом задачи.</p> <p>Мат. VII.11. Учащийся может осуществить геометрические преобразования и применить их для установления свойств фигур.</p> <p>Мат. VII.12. Учащийся может применить метод координат для ориентировки.</p> <p>Мат. VII.13. Учащийся может решить геометрические задачи, применив связанные с треугольниками понятия и факты.</p> | <p>Мат. VII.14. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения поставленной задачи.</p> <p>Мат. VII.15. Учащийся может упорядочить и представить качественные и количественные данные для решения задачи в приемлемой форме.</p> <p>Мат. VII.16. Учащийся может интерпретировать и анализировать качественные и количественные данные с учетом контекста задачи.</p> |

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. VII.1. Учащийся может прочитать, изобразить, сравнить и упорядочить рациональные числа с применением позиционных систем; исследовать свойства чисел с применением позиционных систем.

Результат нагляден, если учащийся:

- в записях десятичной дроби указывает на разряды и называет значения цифр в разрядах; применяет эти знания при сравнении или упорядочении (по возрастанию/убыванию) десятичных дробей. (Например, *раскрывает конечную десятичную дробь в виде суммы слагаемых разрядов, «разложи по убавляющей 2.9259, 3.1, 2.93, и 2.899»*);
- изображает и сравнивает отрицательные числа с применением позиционной системы; демонстрирует понятия противоположного числа и абсолютного значения числа на модели (в том числе на числовой оси);
- в эквивалентной форме пишет смешанные числа, десятичные дроби и дроби; сравнивает и упорядочивает данные числа в разном виде (*например, десятичная дробь ↔ дробь*);
- применяя позиционную систему, на конкретных примерах демонстрирует некоторые из признаков делимости (например, *признаки делимости на 3 и 9*); находит наименьший общее кратное и наибольший общий делитель заданных чисел.

Мат. VII.2. Учащийся может различными способами выполнить действия с рациональными числами.

Результат нагляден, если учащийся:

- демонстрирует арифметические действия с целыми числами на модели;
- применяет эквивалентные формы записи, последовательность выполнения действий, их свойства и группирование для упрощения вычислений;
- делит число на пропорциональные части и находит число по заданной части;
- демонстрирует свойства степени с натуральным знаменателем;
- при устном счете применяет связь процента с частью числа; находит процент заданного числа и решает обратные задачи;
- подбирает и применяет способ выполнения арифметических действий над рациональными числами (устный, с применением технологий, письменные алгоритмы);
- решает связанные с практической деятельностью или вытекающие из других учебных дисциплин задачи на вычисления (например, *простейшая смета; определение длительности исторической эпохи; задачи с процентами и пропорциями: растворы, сплавы и др.*).

Мат. VII.3. Учащийся может оценить результат действия с рациональными числами.

Результат нагляден, если учащийся:

- при решении связанных с вычислениями задач применяет способы устного счета и оценку результатов действий;
- оценивает результат арифметических действий с рациональными числами, выполняет действия и проверяет свое предположение;
- округляет *рациональные числа* до указанной точности; примерно находит (без указания точности) значение арифметического изображения;
- использует оценку (с применением письменного алгоритма или калькулятора) для проверки адекватности результатов вычислений, проведенных на десятичных дробях).

Мат. VII.4. Учащийся может увязать друг с другом разные единицы мер и применить их при решении задач.

Результат нагляден, если учащийся:

- подбирает и применяет соответствующие единицы для решения задач, связанных с поиском изменения величины, скорости движения, масштаба и расстояния на карте;
- применяя данную линейную зависимость изображает данную в одной системе единицу через единицу другой системы;
- изображает данную единицу посредством другой единицы той же системы (например, *данную в км/час скорость изображает в м/мин.*).

Направление: закономерности и алгебра

Мат. VII.5. Учащийся может распознать и изобразить прямо пропорциональную зависимость между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает как влияет изменение одной величины на значение второй для заданной зависимости в качественном и количественном плане; приводит примеры постоянного и непостоянного количественного изменения из повседневной жизни;
- словесно сформулированное положение о зависимости и связях между величинами изображает графически или в виде таблицы и, наоборот, зависимость, изображенную графически или в виде таблицы, - описывает словесно;
- между изображенными различными способами (графически, в виде таблицы, словесно, алгебраически) зависимостями указывает на одни и те же зависимости.

Мат. VII.6. Учащийся может применять понятия множества и операции с ним при решении задач.

Результат нагляден, если учащийся:

- для заданного различным способом множества определяет принадлежность заданного элемента к этому множеству;
- при решении проблемы применяет некоторые вспомогательные способы для установления отношений между множествами и выполнения операций с ними;
- правильно применяет понятия *теории множеств* и соответствующие отметки при изображении операций над конечными множествами (пересечение и объединение двух множеств), при отношениях между конечными множествами, между элементом и множеством.

Мат. VII.7. Учащийся может упростить алгебраическое изображение и решить линейное уравнение.

Результат нагляден, если учащийся:

- для решения текстовой задачи составляет и описывает линейное уравнение с одним неизвестным;
- применяет свойства действий, их последовательность и группирование для упрощения алгебраического (содержащего не более двух переменных линейного или второй степени) изображения и вычисления его значения для заданных значений переменных;
- с применением алгебраических преобразований и логического рассуждения обосновывает или отрицает *тождество* двух алгебраических изображений (содержащих не более двух переменных линейного или второй степени).

Мат. VII.8. Учащийся может расширить периодическую последовательность объектов и проанализировать числовую последовательность, имеющую постоянную прибыль.

Результат нагляден, если учащийся:

- в периодической последовательности выделяет период следования;
- представляет два или более вариантов распространения заданного фрагмента последовательности, разъясняет варианты распространения и сравнивает их;
- исходя из контекста поставленной задачи, выбирает вариант расширения *последовательности* и обосновывает свой выбор;
- расширяет числовую последовательность, имеющую постоянный прирост; называет примеры такого процесса в реальных обстоятельствах, которые описываются такой *последовательностью*.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. VII.9. Учащийся может распознать геометрические фигуры, сравнить и классифицировать их разновидности.

Результат нагляден, если учащийся:

- в образцах архитектуры и искусства или на иллюстрациях, в предметах бытового назначения находит знакомые ему геометрические фигуры и их части;
- формулирует отношения (например, *общность-частность*) между разновидностями фигур;
- называет фигуру по ее признакам, рассуждает об их достаточности/недостаточности для распознавания фигуры.

Мат. VII.10. Учащийся может представить геометрические объекты в соответствии с контекстом задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- выстраивает соответствующий поставленной задаче чертеж и адекватно применяет буквенные обозначения;
- описывает графические изображения заданных геометрических объектов или взаимного расположения объектов, применяя соответствующую терминологию. (Например, *к какой грани прямоугольного параллелепипеда относится указанная вершина*);
- изображает плоские фигуры так, что их пересечение/объединение было бы фигурой указанной формы или указанных свойств.

Мат. VII.11. Учащийся может осуществить геометрические преобразования и применить их для установления свойств фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

- находит симметричные объекты среди объектов вокруг;
- относительно оси указанной симметрии чертит симметричную плоской (ломанной, многоугольной) фигуре фигуру; производит параллельный перенос плоской фигуры (ломанной, многоугольной);
- указывает ось/оси симметрии плоской фигуры; демонстрирует симметричность; применяет симметричность фигуры для установления свойства фигуры.

Мат. VII.12. Учащийся может применить метод координат для ориентировки.

Результат нагляден, если учащийся:

- ориентируется по карте или координатной плоскости, применяя координаты (например, *называет приблизительное или точное значение координат данной точки; находит точку по заданным координатам с целыми числами*);
- называет координаты точки, симметричной по оси данной точки;

- находит координаты любой точки фигуры, полученной параллельным переносом посредством ее лицевых координат и указанного параллельного переноса.

Мат. VII.13. Учащийся может решить геометрические задачи, применив связанные с треугольниками понятия и факты.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет признаки равенства треугольников для установления свойств фигур, поиска неизвестных элементов фигур или установления расстояния в реальных обстоятельствах, если пользуется не прямой дорогой;
- решает простые задачи по построению;
- находит причинно-следственные связи между треугольником и положениями, связанными с его элементами.

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. VII.14. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения поставленной задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает качественные и количественные данные, применяет соответствующий способ (измерение, наблюдение) сбора данных;
- задает вопросы относительно данной темы, определяет респондентов и находит необходимую информацию;
- для заданной задачи самостоятельно планирует и проводит статистический эксперимент и собирает данные.

Мат. VII.15. Учащийся может упорядочить и представить качественные и количественные данные для решения задачи в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- упорядочивает/классифицирует качественные и количественные данные, представляет данные в виде списка/пиктограммы, рассуждает о принципе упорядочения/классифицирования;
- создает упорядоченную таблицу данных и обосновывает целесообразность выбранного дизайна;
- строит различные диаграммы для одних и тех же качественных и количественных данных и рассуждает, насколько значимые аспекты данных представляет каждый из них и какое превосходство имеет.

Мат. VII.16. Учащийся может интерпретировать и анализировать качественные и количественные данные с учетом контекста задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- ставит вопрос о данных или характеризует данные, которые представлены в виде списка, таблицы, пиктограммы или диаграммы, рассуждает о существующих закономерностях и отличающихся данных;
- подбирает соответствующие подытоживающие числовые характеристики, обосновывает свой выбор, считает и применяет их для характеристики группы данных;
- сравнивает несколько групп данных и представляет качественные и количественные сходства и различия между ними (без подытоживающих числовых характеристик).

Содержание программы

1. Целые числа и арифметические действия с ними.
2. Дроби, десятичные дроби и некоторые связи между ними.
3. Процент: целый процент, который больше или равен 1 и меньше или равен 100.
4. Связь между процентом величины и частью этой величины.
5. Поиск числа с помощью его процента или части.
6. Сравнение рациональных чисел.
7. Числовые промежутки. Модуль числа.
8. Объединение и пересечение числовых промежутков.
9. Геометрический смысл модуля числа.
10. Оценка результатов арифметических действий с рациональными числами.
11. Разделение рационального числа на пропорциональные части.
12. Разложение натурального числа на простые множители.
13. Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел.
14. Простые и составные натуральные числа. Делитель и кратное.
15. Степень с натуральным показателем рационального числа.
16. Деление с остатком, остаток и некоторые из признаков делимости.
17. Единицы мер, связь между единицами мер, и их применение: масштаб; изображение единицы одной системы соответствующей единицей другой системы.
18. Снижение/рост цен (сравнение друг с другом последовательных и одноразовых снижений/роста цен) и простая смета.
19. Прямо пропорциональная зависимость между величинами и изображение этой зависимости посредством таблицы или графика.
20. Понятия теории множеств, операции и соответствующие обозначения в случае конечных множеств: принадлежность к множеству элемента, подмножество, пересечение и объединение двух множеств.
21. Решение текстовых задач с применением линейных уравнений.
22. Равносильные уравнения и неравенства.
23. Упрощение и вычисление значения содержащего не более двух переменных линейного или второй степени изображения.

24. Многочлен. Действия с многочленами: сложение, вычитание и умножение.
25. Вынос общего множителя за скобки. Правило группирования, разложение на множители с применением формул сокращенного умножения.
26. Периодические последовательности и числовые последовательности, имеющие постоянный прирост (арифметическая прогрессия).
27. Точки, линии и плоскости: связь между ними.
28. Геометрические фигуры: классификация по различным признакам (например, выпуклые и невыпуклые, плоские и пространственные).
29. Угол: элементы угла, градусный размер угла.
30. Классифицирование углов: прямые, острые, тупые и развернутые углы; свойства углов.
31. Угол между двумя линиями.
32. Треугольник: элементы треугольника, классифицирование треугольников (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный, равнобедренный, равносторонний), свойства и признаки равенства треугольников.
33. Параллелограмм. Свойства параллелограмма.
34. Прямоугольник. Свойства прямоугольника.
35. Ромб. Свойства ромба.
36. Правильный многоугольник.
37. Геометрические преобразования на плоскости: параллельный перенос, осевая симметрия.
38. Система прямоугольных координат на плоскости. Ориентирование на плоскости с помощью координат, изображение геометрических преобразований в координатах.
39. Простейшие задачи построения: построение треугольника, равного заданному треугольнику, построение биссектрисы угла, построение перпендикуляра к отрезку.
40. Хорда окружности. Касательные к окружности.
41. Способы сбора данных: измерение и наблюдение; опрос; статистический эксперимент.
42. Организация качественных и количественных данных: классифицирование данных (кроме группирования по интервалам); упорядочение данных по возрастающей/убывающей или лексикографическим методом.
43. Качественные и количественные признаки упорядоченных единств данных: количество данных, позиция и последовательность в единстве, частота данных; закономерности типа повтора; выделяющиеся (например, экстремальные, редкие) данные.
44. Способы представления качественных и количественных данных: список, таблица, пиктограмма, точечные, сетчатые, линейные, столбчатые диаграммы.
45. Итоговые числовые характеристики качественных и количественных данных: измерители центральной тенденции – средние, мода; измеритель рассеяния данных – диапазон рассеяния.

VIII класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|---|--|--|---|
| <p>Мат. VIII.1. Учащийся может использовать стандартную форму записи системы и числа.</p> <p>Мат. VIII.2. Учащийся может выполнить действия с рациональными числами и оценить результаты этих действий.</p> <p>Мат. VIII.3. Учащийся может применить некоторые способы рассуждения для обоснования.</p> <p>Мат. VIII.4. Учащийся может решить задачу, связанную с</p> | <p>Мат. VIII.5. Учащийся может распознать, проанализировать и изобразить линейную зависимость между величинами.</p> <p>Мат. VIII.6. Учащийся может построить, изобразить и исследовать соответствие между двумя множествами.</p> <p>Мат. VIII.7. Учащийся может применить системы уравнений и неравенства при решении проблемы.</p> | <p>Мат. VIII.8. Учащийся может применить свойства фигур для классифицирования фигур и сравнения их разновидностей.</p> <p>Мат. VIII.9. Учащийся может вычислить размеры фигуры и ее элементов.</p> <p>Мат. VIII.10. Учащийся может доказать верность геометрического положения.</p> | <p>Мат. VIII.11. Учащийся может получить данные и представить их для решения поставленной задачи в приемлемой форме.</p> <p>Мат. VIII.12. Учащийся может распознать случайные явления и высчитать вероятность погрешностей.</p> <p>Мат. VIII.13. Учащийся может оценить вероятность погрешностей и рассуждать об ожидании погрешностей, применив связь между</p> |

| | | | |
|---------------|--|--|--|
| вычислениями. | | | относительной частотой и вероятностью. |
|---------------|--|--|--|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. VIII.1. Учащийся может использовать стандартную форму записи системы и числа.

Результат нагляден, если учащийся:

- с заданной точностью округляет целые числа и десятичные дроби, различает укороченную запись периодической десятичной дроби от округления. (Например, *“Округли с точностью до сотой и сравни 0.7(6) и 0.767”*);
- Применяя позиционную систему, обосновывает признаки делимости; при рассмотрении последовательных степеней (однозначного) числа рассуждает о периодических повторях цифр, стоящих в разрядах единичных (например, *“Какая цифра будет стоять в разряде единичных, если в позиционной системе запишем 11, как степень 2?”*);
- пишет числа в стандартной форме и наоборот, данное в стандартной форме число пишет, применяя позиционную систему; сравнивает различные формы записи числа (например, *какое преимущество имеет стандартная форма при выполнении действий с числами*).

Мат. VIII.2. Учащийся может выполнить действия с рациональными числами и оценить результаты этих действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет оценку для проверки адекватности результатов действий, выполненных над рациональными числами (в том числе степень и корень);
- применяет эквивалентную форму записи числа (например, *стандартную форму*) при выполнении вычислений и/или при оценке результатов вычислений;
- с учетом контекста задачи выбирает, что более приемлемо – оценка результата действий или нахождение его точного значения;
- демонстрирует свойства операций по извлечению квадратного/кубического корня из числа и возведения в квадрат/куб числа (в том числе, обратимость этих операций);
- обосновывает свойства степени с целым показателем и демонстрирует их.

Мат. VIII.3. Учащийся может применить некоторые способы рассуждения для обоснования.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает предпосылку/предпосылки и заключение положения; меняет предпосылку и рассуждает о верности заключения;
- формулирует и обосновывает простое положение о свойствах целых чисел или результатах действий над ними. (Например, "*Если к нечетному числу добавим нечетное число, в результате получим...*");
- в соответствующем случае доказывает ложность высказывания о свойствах чисел (*например, с применением контраргумента*); формулирует положение, противоположное заданному;
- обосновывает или объясняет примененный при решении задачи способ.

Мат. VIII.4. Учащийся может решить задачу, связанную с вычислениями.

Результат нагляден, если учащийся:

- для выбора из двух (заданных линейной моделью) потребительских контрактов или лучших услуг из плана обслуживания выполняет вычисления и принимает решение;
- решает задачи по естествознанию;
- при решении задач с числами применяет метод исключения или исчерпывания и разъясняет примененный способ (*например, заполняет образец письменного алгоритма арифметического действия, в котором некоторые числа заменены символами*);
- выбирает и применяет единицу, соответствующую скорости изменения величины; изображает малую единицу, применяя большую.

направление: закономерности и алгебра

Мат. VIII.5. Учащийся может распознать, проанализировать и изобразить линейную зависимость между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для знакомых ему величин называет линейные зависимости между величинами (*например, зависимость пройденного расстояния от времени при равномерном движении*);
- различает линейные и не линейные зависимости, несмотря на способ изображения зависимости; рассуждает о различиях между линейными и не линейными зависимостями;

- изображает алгебраически словесно сформулированное положение о зависимости и отношениях между величинами; алгебраически заданную зависимость изображает графически, в виде таблицы или формулирует словесно.

Мат. VIII.6. Учащийся может построить, изобразить и исследовать соответствие между двумя множествами.

Результат нагляден, если учащийся:

- выстраивает адекватное реальным обстоятельствам соответствие между двумя множествами (например, *учащиеся и парты в классной комнате*) и посредством таблицы или схемы изображает его;
- называет одно и то же соответствие независимо от способа изображения соответствия;
- одним из способов (словесно, посредством таблицы или схемы) находит *образ/прообраз* множества для заданного соответствия.

Мат. VIII.7. Учащийся может применить системы уравнений и неравенства при решении проблемы.

Результат нагляден, если учащийся:

- для решения текстовой задачи составляет и разъясняет систему линейных уравнений с двумя неизвестными; интерпретирует решения с учетом контекста задачи;
- выбирает способ и решает систему линейных уравнений с двумя неизвестными; производит множественное и геометрическое интерпретирование решения;
- при решении текстовых задач и моделировании реальных обстоятельств составляет и решает линейные уравнения с одним неизвестным; производит множественное интерпретирование решения.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. VIII.8. Учащийся может применить свойства фигур для классифицирования фигур и сравнения их видов.

Результат нагляден, если учащийся:

- формулирует отношения (например, *общность – частность*) между разновидностями или свойствами фигур, схематически изображает эти отношения (например, посредством таблицы или диаграммы);
- среди заданных свойств (в том числе симметричность) фигур выбирает то минимальное единство свойств, которое однозначно определяет эту фигуру;
- по заданным видам называет возможную разновидность пространственной фигуры.

Мат. VIII.9. Учащийся может вычислить размеры фигуры и ее элементов.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет свойства фигур и метод сравнения соответствующих элементов равных фигур для вычисления неизвестного размера элемента фигуры;
- применяет координаты Декарта для вычисления неизвестного размера фигуры или элемента фигуры;
- находит площадь фигуры способом деления его на простые фигуры или заполнения до простых фигур;
- применяет аддитивность для сравнения/поиска объема полученных комбинацией неперекрывающихся фигур.

Мат. VIII.10. Учащийся может доказать верность геометрического положения.

Результат нагляден, если учащийся:

- при рассуждении различает предпосылки и результат (в том числе - аксиому и теорему);
- в образце дедукционного и индукционного рассуждения восстанавливает пропущенную ступень/ступени;
- применяет алгебраическое преобразование, свойства равенства и неравенства при обосновании геометрических положений;
- применяет координаты Декарта для установления и обоснования свойств геометрических объектов (например, для показа равенства диагоналей прямоугольника);
- применяет геометрические преобразование и их композиции для доказательства (например, *равенства*) отношений между фигурами на плоскости.

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. VIII.11. Учащийся может получить данные и представить их для решения поставленной задачи в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- проводит случайный эксперимент при помощи устройства, вызывающего случайность, собирает данные и представляет их в виде таблицы частот;
- создает простой вопросник, определяет респондентов, собирает данные и представляет в графической форме;
- представленные в одной графической форме данные передает в другой графической форме и указывает преимущества\неудобства каждой из форм.

Мат. VIII.12. Учащийся может распознать случайные явления и высчитать вероятность погрешностей.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет необходимые и невозможные погрешности, противоположную данной погрешности погрешность, равномерно ожидаемую погрешность, более/менее ожидаемую погрешность по сравнению с заданной;
- описывает единство погрешностей случайного эксперимента, применяет способ подсчета вариантов для вычисления вероятности погрешности;
- применяет свойства вероятности для подсчета вероятности погрешности, изображает вероятность погрешности посредством дробей (в том числе десятичных) и процентов.

Мат. VIII.13. Учащийся может оценить вероятность погрешностей и рассуждать об ожидании погрешностей, применив связь между относительной частотой и вероятностью.

Результат нагляден, если учащийся:

- после первичной обработки данных, на ее основании высказывает предположение о погрешности – ожидается или нет две или несколько погрешностей равномерно, какая-нибудь одна погрешность более ожидаема, чем другая и во сколько раз;
- проводит случайный эксперимент с приспособлением, влекущим случайный исход, и оценивает вероятность погрешности посредством относительной частоты, рассуждает о различиях между теоретическими (ожидаемыми) результатами и эмпирическими (экспериментальными) результатами;
- создает приспособление, влекущее случайный исход, для получения частного значения относительной частоты.

Содержание программы

1. *Рациональные числа* и их запись в эквивалентных формах.

2. Процент меньше 1; процент больше 100.
3. Стандартная форма записи числа и его связь с позиционной системой.
4. Степень с целым показателем.
5. Возведение в степень произведения, соотношения и степени.
6. Произведение и соотношение степеней с одинаковыми основаниями.
7. Извлечение арифметического корня из числа; кубический корень из числа.
8. Сравнение чисел и числовых изображений (в том числе степеней или содержащих арифметические корни изображений).
9. Арифметические действия с числами; оценивание результатов действий.
10. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9 и 10.
11. Остаток.
12. Связь остатка с признаками делимости.
13. Единицы мер, связь между ними и применение: соотношение между единицами длины и площади; изображение единицы одной системы соответствующей единицей другой системы.
14. "Потребительская арифметика": просто начисленная процентная ставка; различное снижение цен; простая смета.
15. Линейная зависимость и ее изображение посредством графика, таблицы и уравнения.
16. Соответствия между конечными множествами и способы их изображения.
17. Отображение из одного множества в другое.
18. Образ и прообраз подмножества.
19. Системы линейных уравнений с двумя неизвестными и их применение при решении текстовых задач.
20. Понятия решений и множества решений уравнения и систем уравнений.
21. Равные уравнения и системы уравнений.
22. Линейные неравенства с одним неизвестным.
23. Четырехугольники: элементы, классификация, свойства.
24. Биссектриса и ее свойство.
25. Смежные и вертикальные углы.
26. Правильность линий.
27. Свойства углов, полученных пересечением двух параллельных линий третьей.
28. Теорема Фалеса.
29. Сумма внутренних углов треугольника
30. Сумма внутренних углов многоугольника.
31. Медиана, биссектриса, высота треугольников и их свойства.
32. Средняя линия треугольника и ее свойство.
33. Свойства равнобедренных/равносторонних треугольников.
34. Элементы трапеции: основа, бедро, высота, средняя линия.
35. Частные виды трапеций: равнобедренная трапеция, прямоугольная трапеция и их свойства.
36. Площадь прямоугольника, параллелограмма, трапеции, правильного прямоугольника, площадь прямоугольной призмы и правильной пирамиды.
37. Объем, свойство объема: объем тела равен сумме объема составляющих это тело частей.
38. Теорема Пифагора.
39. Синус, косинус, тангенс угла.

40. Система координат: отображение в координатах расстояния между двумя точками на плоскости, применение координат в исследовании свойств фигур.
41. Геометрические преобразования на плоскости: поворот, композиции преобразований, их применение для установления равенства фигур.
42. Свойства хорды окружности и касательной к окружности: свойства пересекающихся хорд, свойство касательных и прямой, проведенных с одной точки к окружности.
43. Аксиома и теорема.
44. Способы сбора данных: составление вопросника/анкеты и опрос респондентов (без подбора представительской группы); случайный эксперимент, эксперимент с предметами со случайным исходом - монета, ящик, игорные кости, рулетка.
45. Качественные и количественные признаки упорядоченных единств данных; относительная частота данных; способы представления данных; круговая диаграмма; диаграмма относительной частоты.
46. Вероятность: пространство элементарных погрешностей.
47. Погрешность и действия с погрешностями.
48. Допустимая погрешность и невозможная погрешность, противоположная данной погрешности погрешность.
49. Не совмещающиеся погрешности.
50. Способы подсчета вариантов: количество изменений, количество группирований, количество порядков.
51. Применение способов подсчета вариантов для описания случайных экспериментов (например, листовая диаграмма или другие схемы); вероятность погрешности, свойства вероятности; связь и различия между относительной частотой и вероятностью.

IX класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| | | | |
|------------------|--------------------------|-------------------------------------|---|
| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|------------------|--------------------------|-------------------------------------|---|

| | | | |
|--|--|---|---|
| <p>Мат. IX.1. Учащийся может сравнивать и классифицировать рациональные числа.</p> <p>Мат. IX.2. Учащийся может совершать действия с рациональными числами различными способами и оценивать результаты этих действий.</p> <p>Мат. IX.3. Учащийся может использовать некоторые способы суждения-обоснования.</p> <p>Мат. IX.4. Учащийся может решать задачи, связанные с вычислениями и оценкой количества.</p> | <p>Мат. IX.5. Учащийся может использовать элементы дискретной математики при решении проблем.</p> <p>Мат. IX.6. Учащийся может использовать функции и их свойства для описания и исследования зависимости между величинами.</p> <p>Мат. IX.7. Учащийся может использовать системы уравнения и неравенства при решении проблемы.</p> | <p>Мат. IX.8. Учащийся может находить/оценивать размеры фигур и их элементов и использовать их при решении практических проблем.</p> <p>Мат. IX.9. Учащийся может исследовать и использовать геометрические преобразования и их композиции.</p> <p>Мат. IX.10. Учащийся может использовать понятие «геометрического места точек» для изображения объектов и описания их свойств.</p> | <p>Мат. IX.11. Учащийся может упорядочить и представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме.</p> <p>Мат. IX.12. Учащийся может считать/оценивать вероятности самостоятельных погрешностей для случайных экспериментов с возвратом и без возврата.</p> <p>Мат. IX.13. Учащийся может сделать анализ данных и сформулировать заключение.</p> |
|--|--|---|---|

Результаты, достигаемые к концу года, и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. IX.1. Учащийся может сравнивать и классифицировать рациональные числа.

Результат нагляден, если учащийся:

- округляет, сравнивает и располагает в различном виде заданные рациональные числа;

- различает рациональные и иррациональные числа, как периодические и непериодические десятичные дроби и приводит примеры иррационального числа;
- отмечает периодичность остатка при последовательном делении натуральных чисел на однозначное число; разъясняет замеченную закономерность;
- пишет рациональные числа в эквивалентной (в том числе и стандартной) форме; сравнивает и складывает в разной форме данные рациональные числа (степень, стандартная форма и т. д.).

Мат. IX.2. Учащийся может совершать действия с рациональными числами различными способами и оценивать результаты этих действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет признаки делимости и свойства остатка при суждении о свойствах результата чисел и арифметических действий (например, *“Что мы получим в остатке, если 2345 поделим на 3?”*);
- выбирает и применяет оптимальный способ выполнения арифметических действий, а также операций по возведению в степень и извлечению корня. (Например, *раскладывает число на простые множители и находит значение корня из этого числа*);
- с учетом контекста задачи, выбирает, что более целесообразно – оценка результата действий, нахождение примерного или точного значения результата. (Например, бытовая задача, связанная с наличием достаточной\недостаточной суммы для приобретения нескольких предметов);
- применяет свойства, последовательность действий и связь между ними для упрощения изображения, содержащего действия над рациональными числами (в том числе степени с целым показателем и арифметического корня);
- округляет числовые члены (например, при сложении - слагаемые) и находит примерное значение результата арифметических действий с рациональными числами.

Мат. IX.3. Учащийся может использовать некоторые способы суждения- обоснования.

Результат нагляден, если учащийся:

- Формулирует и обосновывает простое положение о зависимости между числами, их свойствах или результатах действия над ними); в соответствующем случае производит опровержение высказывания (например, *приводит контрпример*); формулирует противоположное положение;
- при решении задач применяет некоторые способы изображения зависимости между числовыми множествами (например, диаграммы или другие графические изображения);
- производит интерпретацию и сравнение друг с другом среднего арифметического и среднего геометрического чисел; применяют их свойства при решении задач;

- обосновывает положения арифметики остатков и применяет элементы арифметики остатков при решении задач (например, сложение/вычитание чисел по модулю 12, 60 и 360; при решении таких задач, которые связаны с часами или вращением под углом).

Мат. IX.4. Учащийся может решать задачи, связанные с вычислениями и оценкой количества.

Результат нагляден, если учащийся:

- выполняет вычисления и сравнивает две, простейшим способом начисленные процентные ставки, различные уценки, налогообложение; рассуждает о различиях между ними;
- составляет связь между полным доходом/прибылью и розничной ценой, между спросом и предложением, с известными тратами и предложением по данной линейной зависимости. (Например, *Если цена книги 20 лари, тогда будет продано 20000 штук. По опыту известно, что каждый трехларовый прирост розничной цены вызывает сокращение на 500 штук количества продаж. Какой должна быть минимальная розничная цена, чтобы доход был 576000 лари?*);
- выполняет связанные с составлением\вычислением и\или оцениванием личной сметой\ дохода, с целью планирования последующих действий;
- решает связанные с вычислениями задачи, исходящие из других учебных дисциплин.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. IX.5. Учащийся может использовать элементы дискретной математики при решении проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- при описании реальных процессов *дискретными моделями* применяет рекуррентное правило (например, ежегодный постоянный процентный рост количества населения); раскрывает данную рекуррентным правилом последовательность (без формулы n -ого члена);
- увязывает множественные операции (объединение, пересечение, дополнение) с соответствующими логическими операциями (или, и, нет).

Мат. IX.6. Учащийся может использовать функции и их свойства для описания и исследования зависимости между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для данной функции, которая описывает реальное обстоятельство, находит значение функции, нули, максимум/минимум, промежутки возрастания/убывания и постоянных знаков и производит их интерпретацию в контексте этого обстоятельства;

- производит интерпретацию свойств графика функции (коэффициент наклона и пересечение около координатных осей) для анализа зависимостей между величинами;
- изменяет *параметры* функции и описывает интерпретацию результатов этого изменения в контексте того процесса, который описывается этой функцией (например, Какое влияние оказывает изменение скорости на пройденное расстояние в функции $S(t) = v \cdot t + S_0$, описывающей зависимость расстояния от времени?).

Мат. IX.7. Учащийся может использовать системы уравнения и неравенства при решении проблемы.

Результат нагляден, если учащийся:

- для решения текстовых задач составляет и решает систему линейных уравнений с двумя неизвестными; производит интерпретацию решения системы, учитывая контекст задач;
- при решении текстовых задач и /или при моделировании реальных обстоятельств составляет и решает систему неравенств с одним неизвестным; производит множественную интерпретацию решений;
- сравнивает две функции, которые отражают реальный процесс (например, находит то множество, в котором одна функция больше/меньше второй, равна второй функции) и производит интерпретацию результата сравнения в связи с контекстом.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. IX.8. Учащийся может находить/оценивать размеры фигур и их элементов и использовать их при решении практических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит приближение заданной прямой на плоскости посредством ломанной и использует этот метод при оценке или приблизительном вычислении длины прямой. (Например, *приблизительное вычисление длины маршрута движения по кривой; приблизительное вычисление длины окружности*);
- составляет тип зависимости между размерами фигур и применяет эту зависимость для решения задач (например, *зависимость площади квадрата от длины стороны; зависимость площади круга от его радиуса*);
- применяет тригонометрические соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника для установления размеров объектов или расстояния между объектами в реальной обстановке (например, *измерение высоты того предмета, основа которого недостижима; вычисление расстояния до недостижимой точки*).

Мат. IX.9. Учащийся может исследовать и использовать геометрические преобразования

и их композиции.

Результат нагляден, если учащийся:

- рассуждает о том, каким геометрическим преобразованием может быть задана композиция двух геометрических преобразований; обосновывает свое мнение;
- на основании разных данных о фигурах высказывает предположение о том, можно или нет данным преобразованием данной фигуры, получить заданную другую фигуру;
- применяет свойства геометрической фигуры и геометрические преобразования для обоснования того, возможно или нет покрытие плоскости; демонстрирует покрытия на части плоскости.

Мат. IX.10. Учащийся может использовать понятие «геометрического места точек» для изображения объектов и описания их свойств.

Результат нагляден, если учащийся:

- по словесному описанию геометрического места точек называет или отражает ту геометрическую фигуру или элемент фигуры, который соответствует этому описанию (например, *“Множество тех точек, которое в равной мере отдалено от сторон данного угла является биссектрисой этого угла”*);
- применяет “метод геометрического места точек” при решении задач по построению (например, *“Биссектриса угла – это множество точек, равномерно отдаленных от сторон этого угла, таким образом, чтобы построить биссектрису, необходимо . . . ”*).
- по разным описаниям геометрических мест точек составляет отношения между соответствующими фигурами (например, *являются ли эти фигуры одними и теми же? Является ли одна фигура частью другой фигуры или нет?*).

направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. IX.11. Учащийся может упорядочить и представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- группирует количественные данные в классах интервалов и строит соответствующую таблицу/гистограмму (в том числе с использованием технологий);
- выбирает графическую форму, соответствующую представлению несгруппированных количественных данных, обосновывает выбор и создает таблицу/диаграмму (с использованием ИКТ или без них);
- представляет предоставленные одной графической формой данные в отличающейся графической форме и показывает преимущества и недостатки каждой формы.

Мат. IX.12 Учащийся может считать/ оценивать вероятности самостоятельных погрешностей для случайных экспериментов с возвратом и без возврата.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет свойства и формулы (суммы и произведения) вероятностей для вычисления вероятности погрешностей;
- планирует случайный эксперимент, для проведения случайного эксперимента одно устройство заменяет другим устройством и обосновывает выбор;
- называет способствующие сложной погрешности элементарные погрешности и применяет классическое определение вероятности для вычисления вероятности сложной погрешности.

Мат. IX.13. Учащийся может сделать анализ данных и сформулировать заключения.

Результат нагляден, если учащийся:

- учитывая контекст задачи, подбирает подходящие итоговые числовые характеристики, обосновывает свой выбор, считает и применяет их для характеристики/сравнения единства данных;
- применяет представленные в графической форме данные для формулирования или оценивания мнений/аргументов статистического содержания;
- высказывает предположение об ожидании погрешности на основании данных (например, *по относительной частоте*) и обосновывает целесообразность предположения.

Содержание программы

1. Множество рациональных чисел и их подмножества (множества натуральных и целых чисел).
2. Иррациональные числа.
3. Арифметические действия и оценка их результатов.
4. Корень n степени. Свойства корня.
5. Оценивание значения простого численного изображения, содержащего корень.
6. Сравнение чисел, данных в разном виде.
7. Пропорция и обратная пропорция.
8. Основные свойства пропорции, нахождение неизвестного члена пропорции.
9. Деление числа на несколько частей по данному соотношению.
10. Элементы арифметики остатков.
11. Единицы мер, связи между ними и применение: отношения между единицами площади и объема.
12. «Потребительская арифметика»: просто и сложно начисленная процентная ставка; смета; различные налоги.
13. Функция. Ареал определения функции и множества значений.

14. Возрастание функции, убывание, четность, нечетность, периодичность.
15. Наибольшее и наименьшее значение функций.
16. Композиция функций.
17. Квадратный трехчлен: дискриминант, корни. Разложение квадратного трехчлена на множители. Теорема Виета.
18. Линейная функция, квадратная функция, ареал их определения и множество значений, графики и свойства: рост/убывание, промежутки постоянных знаков, нули, точки максимума/минимума на данном интервале и соответствующие значения.
19. Системы неравенств с одним неизвестным.
20. Системы уравнений с двумя неизвестными (хотя бы одно уравнение линейное, а степень второго не превышает двух).
21. Изображение на координатной плоскости решения линейного неравенства с двумя неизвестными и системы неравенств.
22. Рациональное изображение и действия над рациональными изображениями.
23. Арифметическая/геометрическая прогрессия и последовательность, данная некоторыми другими рекуррентными правилами (например, последовательность Фибоначчи).
24. Формулы для вычисления суммы n -ого члена и первого n члена арифметической/геометрической прогрессии.
25. Похожие многоугольники.
26. Признаки сходства треугольников.
27. Соотношение периметра и площади подобных треугольников.
28. Значение синуса, косинуса и тангенса для следующих значений аргумента:
 $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$.
29. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике.
30. Геометрические преобразования и их композиции: преобразование сходства, отношения между композициями преобразования.
31. Окружность и круг: связанные с ними отрезки и их свойства, центральные и вписанные углы.
32. Длина окружности и площадь круга (без утверждения).
33. Вписанная/описанная в треугольник окружность и ее радиус.
34. Вписанные в правильный многоугольник и описанные окружности.
35. Понятие геометрического места и его применение в задачах построения.
36. Координаты точки в пространстве.
37. Векторы на плоскости: сложение векторов и умножение вектора на скаляр.
38. Призма и ее элементы: основание, боковая грань, боковое ребро, высота, диагональ.
39. Частные виды призмы: прямая призма, правильная призма, прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб.
40. Диагональное сечение прямой призмы.
41. Пирамида и ее элементы: вершина, боковые ребра, основание, боковые грани, высота. Правильная пирамида, апофема.
42. Перпендикуляр, наклонная к нему и проекция. Расстояние от точки к прямой.
43. Организация данных: группирование количественных данных по классам интервалов.

44. Средства представления данных для количественных и сгруппированных данных: листовая диаграмма; частотный полигон, гистограмма.
45. Итоговые числовые характеристики для количественных данных: измеритель центральной тенденции – медиана; измеритель рассеяния данных – среднее квадратичное отклонение.
46. Вероятность: элементарные и сложные погрешности.
47. Независимые погрешности и вычисление произведения независимых погрешностей.
48. Вероятность суммы погрешностей и ее вычисление.

Предметные компетенции для школ со статусом усиленного обучения математики .

VII класс

Математика

(усиленное)

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|---|--|---|---|
| <p>Мат. ус. VII.1. Учащийся может прочитать, сравнить и упорядочить рациональные числа применением позиционной системы счисления</p> <p>Мат. ус. VII.2. Учащийся может выполнить действия с</p> | <p>Мат. ус. VII.5. Учащийся может распознать и изобразить прямопропорциональную зависимость между величинами.</p> <p>Мат. ус. VII.6. Учащийся может применить понятия и операции теории множеств при решении задач.</p> <p>Мат. ус. VII.7. Учащийся может упростить</p> | <p>Мат. ус. VII.9. Учащийся может распознать геометрические фигуры, сравнить и классифицировать их разновидности.</p> <p>Мат. ус. VII.10. Учащийся может представить геометрические объекты в соответствии контекстом задачи.</p> | <p>Мат. ус. VII.14. Учащийся может получить необходимые для решения поставленной задачи качественные и количественные данные.</p> <p>Мат. ус. VII.15. Учащийся может упорядочить и представить качественные и</p> |

| | | | |
|---|---|--|---|
| <p>рациональными числами различным способом.</p> <p>Мат. ус. VII.3. Учащийся может оценить результаты действий с рациональными числами.</p> <p>Мат. ус. VII.4. Учащийся может увязать друг с другом различные единицы и применить их для решения задач.</p> | <p>алгебраическое изображение и решить линейное уравнение.</p> <p>Мат. ус. VII.8. Учащийся может расширить и проанализировать числовую последовательность объектов и постоянного прироста.</p> | <p>Мат. ус. VII.11. Учащийся может осуществить геометрические преобразования и применить их для установления свойств фигур.</p> <p>Мат. ус. VII.12. Учащийся может применить метод координат для ориентировки.</p> <p>Мат. ус. VII.13. Учащийся может решить геометрические задачи с применением связанных с треугольниками понятий и фактов.</p> | <p>количественные и данные для решения поставленной задачи в подходящей форме.</p> <p>Мат. ус. VII.16. Учащийся может интерпретировать и анализировать качественные и количественные данные с учетом контекста задачи.</p> |
|---|---|--|---|

Результаты, достигаемые к концу года, и их индикаторы:

Направление: числа и действия

Мат. ус. VII.1. Учащийся может прочитать, сравнить и упорядочить рациональные числа применением позиционной системы счисления

Результат нагляден, если учащийся:

- В записи десятичных дробей указывает на разряды и называет значения стоящих в разрядах цифр; применяет эти знания при сравнении десятичных дробей или упорядочению (по возрастающей/по убывающей);
- изображает и сравнивает отрицательные числа, применяя позиционную систему; производит демонстрацию на модели (в том числе на числовой оси) понятий противоположного числа и абсолютного значения числа;
- в эквивалентной форме пишет смешанные числа, десятичные дроби и дроби; сравнивает и упорядочивает в разном виде данные числа (десятичные дроби \square дроби).
- применяя позиционную систему, на конкретных примерах обосновывает некоторые из признаков делимости; находит наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель данных чисел;

Мат. ус. VII.2. Учащийся может выполнить действия с рациональными числами различным способом.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит демонстрацию на модели арифметических действий с целыми числами (например, "положительное" и "отрицательное" с одиночными "зарядами", т.е. "нулевой парой" двух отличных цветов);
- применяет эквивалентную форму записи числа, последовательность выполнения действий, их свойства и группирование для упрощения вычислений;
- делит число на пропорциональные части и находит число по его заданной части;
- производит демонстрацию свойств степени с натуральным показателем;
- при устном счете применяет связь процента с частью числа; находит процент данного числа и решает обратные задачи;
- подбирает и применяет способы выполнения арифметических действий над рациональными числами; (эти способы: устный, применение технологий, письменные алгоритмы).

Мат. ус. VII.3. Учащийся может оценить результаты действий с рациональными числами.

Результат нагляден, если учащийся:

- при решении бытовых задач по вычислению применяет способы устного счета или в соответствующем случае, оценку результата действий;
- оценивает значение результатов арифметических действий над рациональными числами, выполняет действия и проверяет свое предположение;
- округляет рациональные числа до заданной точности; приблизительно находит (без указания точности), значение арифметического изображения;
- применяет оценку для проверки адекватности результата проведенных (с применением письменного алгоритма или калькулятора вычислений) с десятичными дробями.

Мат. ус. VII.4. Учащийся может увязать друг с другом различные единицы и применить их для

решения задач.

Результат нагляден, если учащийся:

- подбирает и применяет соответствующие единицы при решении задач, связанных с изменением величины, скоростью движения, масштабом и нахождением расстояния на карте;
- решает задачи по вычислению, связанные с практической деятельностью и/или из других учебных дисциплин;
- применяя данную линейную зависимость, изображает заданную в одной системе единицу через единицу другой системы;
- изображает данную единицу другой единицей той же системы.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. ус. VII.5. Учащийся может распознать и изобразить прямопропорциональную зависимость между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для данной зависимости качественно и количественно описывает, как влияет изменение одной величины на значение второй; приводит примеры постоянного и не постоянного количественного изменения из повседневной жизни;
- изображает словесно сформулированное положение о зависимости и отношении между величинами графически или/и таблицей и наоборот – изображенную графически или/и таблицей зависимость описывает словесно;
- между данными различными способами (графически, в виде таблицы, словесно, алгебраически) зависимостями указывает на соответствующие одним и тем же зависимостям отображения.

Мат. ус. VII.6. Учащийся может применить понятия и операции теории множеств при решении задач.

Результат нагляден, если учащийся:

- для данных различными способами множеств определяет принадлежность данного элемента к данному множеству;
- при решении проблем применяет диаграммы Венна для установления отношений между множествами и выполнения множественных операций;
- правильно применяет понятия теории множеств и соответствующие отметки при отображении операций (пересечение и объединение двух множеств) с конечными множествами, отображений между конечными множествами, отношений между элементом и множеством.

Мат. ус. VII.7. Учащийся может упростить алгебраическое изображение и решить линейное уравнение.

Результат нагляден, если учащийся:

- для решения текстовой задачи составляет и решает линейное уравнение с одним неизвестным;
- применяет свойства действий, их последовательность и группирование для упрощения алгебраического содержащего не более двух переменных (линейного или второй степени) изображения и вычисления его значения для данных значений переменных;
- применяя алгебраические преобразования или/и логическое суждение, обосновывает или отрицает тождественное равенство двух алгебраических изображений.

Мат. ус. VII.8. Учащийся может расширить и проанализировать числовую последовательность объектов и постоянного прироста.

Результат нагляден, если учащийся:

- в периодической последовательности выделяет период последовательности;
- представляет два или более вариантов распространения данного фрагмента последовательности, разъясняет вариант распространения и сравнивает их;
- исходя из контекста поставленной задачи подбирает вариант распространения последовательности и обосновывает свой выбор;
- распространяет числовую последовательность, имеющую постоянный прирост; в реальной обстановке называет примеры таких процессов, которые описываются названной последовательностью.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. ус. VII.9. Учащийся может распознать геометрические фигуры, сравнить и классифицировать их разновидности.

Результат нагляден, если учащийся:

- в образцах архитектуры и искусства или их иллюстрациях, в предметах бытового назначения называет знакомые для него геометрические фигуры или их части;
- формулирует отношения (например, общность-частность) среди разновидностей фигур;
- называет фигуру по ее признакам, рассуждает об их достаточности/недостаточности для распознавания фигуры.

Мат. ус. VII.10. Учащийся может представить геометрические объекты в соответствии с контекстом задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- строит соответствующий поставленной задаче чертеж и адекватно применяет буквенные обозначения;
- описывает данные графические изображения геометрических объектов или взаиморасположение объектов, применяя соответствующую терминологию;
- изображает плоские фигуры так, что их пересечение/объединение было бы фигурой указанной формы или указанных свойств.

Мат. ус. VII.11. Учащийся может осуществить геометрические преобразования и применить их для установления свойств фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

- среди окружающих объектов находит симметричные объекты;
- чертит фигуру, симметричную относительно оси симметрии плоской фигуры (ломанной, многоугольника); производит параллельный перенос плоской фигуры (ломанной, многоугольника);
- указывает на ось/оси симметрии плоской фигуры; производит демонстрацию симметричности.

Мат. ус. VII.12. Учащийся может применить метод координат для ориентировки.

Результат нагляден, если учащийся:

- ориентируется по карте или координатной плоскости, применяя координаты;
- называет координаты симметричной относительно оси точки к данной координатным осям точке;
- находит координаты любой точки, полученной параллельным переносом фигуры посредством координат ее прообраза и указанного параллельного переноса.

Мат. ус. VII.13. Учащийся может решить геометрические задачи с применением связанных с треугольниками понятий и фактов.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет признаки равенства треугольников для установления свойств фигур, нахождения неизвестных элементов фигур или установления не прямым путем расстояния в реальной обстановке;

- решает простые задачи по построению;
- находит причинно-следственные связи между положениями, связанных с треугольником и его элементами.

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. ус. VII.14. Учащийся может получить необходимые для решения поставленной задачи качественные и количественные данные.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает качественные и количественные данные, применяет соответствующий способ сбора данных (измерение, наблюдение);
- в связи с данной темой ставит вопросы, определяет респондентов и получает необходимые данные;
- для данной задачи самостоятельно планирует и проводит статистический эксперимент и собирает данные.

Мат. ус. VII.15. Учащийся может упорядочить и представить качественные и количественные данные для решения поставленной задачи в подходящей форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит упорядочение/классификацию качественных и количественных данных, представляет данные в виде списка/пиктограммы, рассуждает о принципе упорядочения/классификации;
- создает таблицы упорядоченных данных и обосновывает целесообразность выбранного дизайна;
- выстраивает различные диаграммы для одних и тех же качественных и количественных данных и рассуждает, насколько значимые аспекты данных представляет, и какое преимущество имеет каждая из них.

Мат. ус. VII.16. Учащийся может интерпретировать и анализировать качественные и количественные данные с учетом контекста задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- ставит вопросы о данных или/и характеризует данные, которые представлены в виде списка, таблицы, пиктограммы или диаграммы, рассуждает о существующих закономерностях и выделяющихся данных;
- подбирает соответствующие итоговые числовые характеристики, обосновывает свой выбор, считает и применяет их для характеристики группы данных;

- сравнивает несколько групп данных и представляет качественные и количественные сходства и различия между ними (без подытоживающих числовых характеристик).

Содержание программы

- 1. Натуральные числа.**
Арифметические действия с натуральными числами. Разложение натуральных чисел на простые множители. Единственность разложения (основная теорема арифметики), Нахождение общего делителя и наименьшего общего кратного нескольких целых чисел. Алгоритм Евклида, признаки делимости и их связь с позиционной системой.
- 2. Целые числа.**
Арифметические действия с целыми числами.
- 3. Рациональные числа.**
Представление рациональных чисел в виде дробей и десятичных дробей. Арифметические действия над рациональными числами. Сравнение чисел и оценка результатов арифметических действий. Числовые изображения, последовательность действий в числовых изображениях, свойства арифметических действий.
- 4. Числовая ось. Числовые промежутки.**
Отражение настоящего числа на числовой оси. Координата точки, числовые промежутки.
- 5. Модуль числа.**
Основные свойства модуля и его геометрическая суть.
- 6. Пропорция.**
Свойства пропорции, поиск неизвестного члена пропорции, деление числа заданным соотношением, прямо пропорциональная обратно пропорциональная зависимость между величинами.
- 7. Процент и часть числа.**
Нахождение процента и части числа. Нахождение числа по его проценту или части, запись числа в виде процента.
- 8. Уценка/рост цены (сравнение друг с другом последовательной и одноразовой уценки/ последовательного и одноразового роста цен) и простая смета.**
- 9. Степень.**
Степень с натуральным показателем, возведение в степень произведения, соотношения и степени. Произведение и соотношение степеней с одинаковыми основаниями.
- 10. Остаток. Арифметика остатков.**

Остаток. Арифметика остатков (сумма и произведение). Связь остатка с признаками делимости. Арифметика последней цифры.

11. Множество. Соотношения между множествами, действия с множествами.

Подмножество, равенство двух множеств, пустое множество. Элементарные операции с множествами: объединение множеств, пересечение, разность, добавление множества.

12. Многочлены.

Сложение, вычитание, умножение, деление многочлена. Разложение многочлена на множители. Укороченные формулы умножения.

13. Система прямоугольных координат на плоскости.

Координаты точек. Изображение пары действительных чисел на координатной плоскости.

14. Уравнение.

Линейное уравнение с одним неизвестным. равноценные уравнения. Исследование линейного уравнения с одним неизвестным. Линейное уравнение. Решение линейных уравнений, содержащие модуль. Решение диофантовых уравнений и других уравнений в целых числах. Решение задач составлением уравнений.

15. Линейная функция. График линейной функции.

Вычисление значения функции для данного значения аргумента. Представление функции посредством таблицы, формулы и графика. Нахождение графиков линейных функций на координатных осях и относительно друг друга. График линейной функции, содержащий модуль.

16. Система линейных уравнений.

Линейные уравнения с двумя переменными. Система линейных уравнений с двумя переменными. Способы вставки и сложения. Системы, которые доводятся до систем линейных уравнений. Системы уравнений, содержащие параметр. Решение задач с применением системы линейных уравнений.

17. Периодические последовательности и числовые последовательности с постоянным приростом.

18. Точки, прямые и плоскости:

связь между ними.

19. Геометрические фигуры:

классификация по разным признакам (например, выпуклые и невыпуклые, плоские и пространственные).

20. Углы:

элементы, размер, классификация, свойства.

21. Треугольники:

элементы, классификация, свойства, знаки равенства.

22. **Геометрические преобразования на плоскости:**
параллельный перенос, осевая симметрия.
23. **Система координат:** ориентирование на плоскости, отражение преобразований.
24. **Простейшие задачи по построению.**
25. **Способы сбора данных:**
измерение и наблюдение; опрос;
26. **Статистический эксперимент.**
27. **Организация качественных и количественных данных:**
классификация данных (кроме группирования интервалами);

расположение данных по прибавлению-убавлению или лексикографическим методом.
28. **Качественные и количественные признаки упорядоченных единств данных:**
количество данных, позиция и последовательность в единстве, частота данных;
закономерности типа повтора; выделяющиеся (например, экстремальные, редкие) данные.
29. **Способы представления данных для качественных и количественных данных:**
список, таблица, пиктограмма, точечные, сетчатые, линейные, столбчатые диаграммы.
30. **Итоговые числовые характеристики данных для качественных и количественных данных:**
измерители центральной тенденции - средние, мода;

измеритель рассеяния данных – диапазон рассеяния.

VIII класс

Математика

(усиленное)

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|--|--|---|---|
| Мат. ус. VIII.1. Учащийся может применить | Мат. ус. VIII.5. Учащийся может распознать, | Мат. ус. VIII.8. Учащийся может применить свойства | Мат. ус. VIII.12. Учащийся может получить данные и |

| | | | |
|---|--|---|---|
| <p>стандартную форму записи счисления и числа.</p> <p>Мат. ус. VIII.2. Учащийся может выполнить действия над рациональными числами и оценить их результаты.</p> <p>Мат. ус. VIII.3. Учащийся может применить некоторые способы суждения-обоснования.</p> <p>Мат. ус. VIII.4. Учащийся может решить задачи, связанные с вычислениями.</p> | <p>проанализировать и изобразить линейные зависимости между величинами.</p> <p>Мат. ус. VIII.6. Учащийся может применить функции и их свойства для описания и исследования зависимости между величинами.</p> <p>Мат. ус. VIII.7. Учащийся может упростить алгебраическое изображение, применить системы уравнений и неравенства при решении проблем.</p> | <p>фигур для классифицирования фигур и сравнения их разновидностей.</p> <p>Мат. ус. VIII.9. Учащийся может обосновать правильность геометрического положения.</p> <p>Мат. ус. VIII.10. Учащийся может применить понятие геометрического места точек для изображения объектов и описания их свойств.</p> <p>Мат. ус. VIII.11. Учащийся может найти размеры фигуры и ее элементов.</p> | <p>представить их для решения поставленной задачи в приемлемой форме.</p> <p>Мат. ус. VIII.13. Учащийся может распознать случайные явления и рассчитать вероятность погрешностей.</p> <p>Мат. ус. VIII.14. Учащийся может оценить вероятность погрешностей и рассуждать об ожидании погрешностей с применением связи между относительной частотой и вероятностью.</p> |
|---|--|---|---|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. ус. VIII.1. Учащийся может применить стандартную форму записи позиционной системы счисления и числа.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает рациональные и иррациональные числа, как периодические и не периодические десятичные дроби и приводит примеры иррациональных чисел;

- до заданной точности округляет целые числа и десятичные дроби, отличает короткую запись периодических десятичных дробей от округления;
- применяя позиционную систему, обосновывает признаки делимости; при рассмотрении последовательных степеней чисел рассуждает о периодическом повторении стоящих в единичных разрядах цифр;
- отмечает периодичность остатка при делении натуральных чисел на однозначное число; разъясняет закономерность;
- разъясняет степень с целым показателем и демонстрирует её свойства;
- в стандартной форме записывает числа и наоборот, данное в стандартной форме число записывает, применяя позиционную систему; сравнивает различные формы записи чисел.

Мат. ус. VIII.2. Учащийся может выполнить действия над рациональными числами и оценить их результаты.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет оценку выполненных над рациональными числами вычислений (в том числе степени и корня) для проверки адекватности результата;
- применяет эквивалентные формы записи числа при выполнении вычислений и оценке результатов этих вычислений;
- с учетом контекста задачи выбирает, что более приемлемо – оценка результата действий или нахождение его точного значения.

Мат. ус. VIII.3. Учащийся может применить некоторые способы суждения-обоснования.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает предпосылку/предпосылки положения и заключение; изменяет предпосылку положения и рассуждает о правомерности заключения;
- формулирует и обосновывает положение о свойствах чисел или результатах действия над ними;
- в соответствующем случае доказывает верность высказывания о свойствах чисел (например, применяя контраргумент); формулирует противоположное данному положению положение;
- обосновывает или разъясняет выбранный им способ решения задачи.

Мат. ус. VIII.4. Учащийся может решить задачи, связанные с вычислениями

Результат нагляден, если учащийся:

- для подбора лучшего из двух потребительских контрактов, плана обслуживания выполняет вычисления и находит решение;
- выбирает и применяет соответствующую изменению величины единицу; изображает малую единицу, применяя большую единицу;
- решает задачи на вычисления из отраслей естествознания;

- применяет метод исключения или исчерпывания при решении задач с числами и разъясняет использованный способ.

направление: закономерности и алгебра

Мат. ус. VIII.5. Учащийся может распознать, проанализировать и изобразить линейные зависимости между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для знакомых ему величин называет линейные зависимости между величинами (например, зависимость пройденного при равномерном движения расстояния от времени);
- различает линейные и нелинейные зависимости, несмотря на способ их подачи, и рассуждает о различиях между линейными и нелинейными зависимостями;
- изображает алгебраически словесно сформулировавшее положение о зависимостях и отношениях между величинами; данное алгебраически изображение отображает графически, в виде таблицы или формулирует словесно.

Мат. ус. VIII.6. Учащийся может применить функции и их свойства для описания и исследования зависимости между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для заданной функции, описывающей реальные обстоятельства, находит значение функции, нули, максимум/минимум, промежутки роста/убавления и признака постоянства и производит их интерпретацию в контексте;
- интерпретирует свойства (коэффициент наклона и пересечение с координатными осями) графика функции для анализа зависимости между величинами;
- изменяет параметры функции и описывает интерпретацию результата этого изменения в контексте того процесса, который описывается этой функцией.

Мат. ус. VIII.7. Учащийся может упростить алгебраическое изображение, применить системы уравнений и неравенства при решении проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- для решения текстовой задачи составляет и решает линейное уравнение с одним неизвестным; для решения текстовой задачи составляет и решает систему линейных уравнений с двумя неизвестными; интерпретирует решение с учетом контекста задачи;
- выбирает способ и решает систему линейных уравнений с двумя неизвестными; производит множественную и геометрическую интерпретацию решения;

- при решении текстовой задачи или/и моделировании реального обстоятельства составляет и решает линейное уравнение с одним неизвестным; производит множественную интерпретацию решения;
- применяет свойства действий, их последовательность и группирование для упрощения алгебраического изображения и вычисления его значения для заданного значения переменных;
- применяя алгебраические преобразования и логическое суждение обосновывает или отрицает тождественное равенство изображения.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. ус. VIII.8. Учащийся может применить свойства фигур для классифицирования фигур и сравнения их разновидностей.

Результат нагляден, если учащийся:

- формулирует отношения между разновидностями или свойствами фигур, схематически изображает эти отношения (например, в виде таблицы или диаграммы);
- среди данных свойств фигур (в том числе симметричности) выбирает то минимальное единство свойств, однозначно определяющих эту фигуру;
- по заданным видам называет возможную разновидность пространственной фигуры.

Мат. ус. VIII.9. Учащийся может обосновать правильность геометрического положения.

Результат нагляден, если учащийся:

- восстанавливает пропущенное звено в образцах дедуктивного и индуктивного суждения;
- применяет алгебраические преобразования, свойства равенств и неравенств при доказательстве геометрических положений;
- применяет координаты Декарта для установления и обоснования свойств геометрических объектов;
- применяет геометрические преобразования и их композиции для обоснования отношений между фигурами на плоскости.

Мат. ус. VIII.10. Учащийся может применить понятие геометрического места точек для изображения объектов и описания их свойств.

Результат нагляден, если учащийся:

- по словесному описанию геометрического места точек называет или изображает те геометрические фигуры или элементы фигур, которые соответствуют этому описанию;
- применяет “метод геометрического места точек” для решения задач по построению;
- по различным описаниям геометрических мест точек устанавливает отношения между соответствующими фигурами.

Мат. ус. VIII.11. Учащийся может найти размеры фигур и ее элементов.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет свойства фигур и метод сравнения соответствующих элементов равных фигур для нахождения неизвестного размера элемента фигуры;
- применяет координаты Декарта для нахождения неизвестного размера фигуры или ее элемента;
- применяет тригонометрические соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника для установления размеров объектов или расстояния между объектами в реальных обстоятельствах (например, измерение высоты того предмета, основание которого недоступно, вычисление расстояния до недоступного места);
- находит площадь фигуры. По свойствам фигур рассуждает об оптимальном покрытии части плоскости с применением данной фигуры (в том числе в реальном обстоятельстве).

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. ус. VIII.12. Учащийся может получить данные и представить их для решения поставленной задачи в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- проводит случайный эксперимент с каким-нибудь устройством, использование которого влечет случайный исход, собирает данные и представляет их в виде таблицы частот;
- создает простой вопросник, определяет респондентов, собирает данные и представляет их в графической форме;
- представленные одной графической формой данные представляет в отличающейся графической форме и показывает преимущества и недостатки каждой формы.

Мат. ус. VIII.13. Учащийся может распознать случайные явления и рассчитать вероятность погрешностей.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет достоверные и невозможные погрешности, противоположную данной погрешности погрешность, равномерно ожидаемую погрешность, погрешность, ожидаемую более/менее чем заданная погрешность;
- описывает единство погрешностей случайного эксперимента, применяет способы подсчета вариантов для вычисления вероятностей погрешностей;
- применяет свойства вероятности для подсчета вероятности погрешностей, изображает вероятности погрешностей посредством дробей, десятичных дробей, процентов.

Мат. ус. VIII.14. Учащийся может оценить вероятность погрешностей и рассуждать об ожидаемости погрешностей с применением связи между относительной частотой и вероятностью.

Результат нагляден, если учащийся:

- делает первичную обработку данных и на этом основании высказывает предположение о погрешности – являются ли несколько погрешностей одинаково ожидаемыми, или одна погрешность более ожидаема, чем вторая и сколько раз;
- проводит случайный эксперимент приспособлением, использование которого влечет случайный исход, и оценивает вероятность погрешности посредством относительной частоты, рассуждает о различиях между теоретическими (ожидаемыми) и эмпирическими (экспериментальными) результатами;
- создает производящее случайность устройство для получения специального/частного значения относительной частоты.

Содержание программы

1. Высказывания и операции над высказываниями. Способы обоснования.

Логические операции о высказываниях: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация. Таблица их истинных значений. Проверка равноценности высказываний посредством таблицы истинных значений. Высказывания общей правотности.

Конверсионные (противоположные), инверсионные (обратные) и контрапозиционные высказывания. Закон контрапозиции.

Методы обоснования математических положений: дедукция, допуск противоположного, построение контрпримера. Кванторы универсальности и существования.

2. Степень.

Степень с целым показателем, возведение в степень произведения, соотношения и степени.

Произведение и соотношение степеней с равными основами.

3. Алгебраическое изображение.

Алгебраическое изображение, деление многочлена на многочлен. Теорема Безу Алгоритм Евклида. Разложение многочлена на множители.

Общие формулы сокращенного умножения.

Действия над рациональными числами. Преобразование изображения и вычисление его числового значения.

решение рациональных уравнений.

4. Обратная пропорциональность.

Графики обратной пропорциональности.

5. Квадратный корень.

Арифметический квадратный корень, основные свойства квадратных корней (в том числе, связанных с уравнениями).

Сравнение квадратных корней. Вынесение из корня и занесение в него множителя. Упрощение содержащих квадратные корни изображения.

Среднее арифметическое, среднее геометрическое, среднее гармоническое и среднее квадратное и связанные с ними уравнения.

Простейшие иррациональные уравнения и неравенства.

6. Квадратное уравнение и квадратный трехчлен.

Квадратный трехчлен и его коэффициенты. Корни квадратного трехчлена. Неполные квадратные уравнения и способы их решения.

Формула корней полного квадратного уравнения.

Теорема Виета о корнях квадратных уравнений. Обратная теоремы Виета теорема.

Разложение на множители квадратного трехчлена. Методы решения некоторых уравнений, которые доводятся до решения квадратного уравнения (биквадратные, симметричные, однородные и др.). Решение дробно-рациональных уравнений, которые доводятся до квадратных. Исследование квадратного уравнения с помощью его дискриминанта. Квадратные уравнения, содержащие параметр. Квадратные уравнения, содержащие модуль.

Решение систем квадратных уравнений с двумя переменными.

Решение задач составлением квадратного уравнения.

7. Неравенства.

Числовая ось. Числовые неравенства и их свойства. Решение линейных неравенств и систем неравенств. Решение неравенств, содержащих модуль. Решение простейших неравенств, содержащих параметр. Основные методы доказательства неравенств. Неравенство, связанное с модулями суммы и разности.

8. Позиционная система записи числа.

Отображение числа в разных позиционных системах. Отображение изображенного в одной позиционной системе числа в другой позиционной системе.

9. Отображение. График отображения. Простейшая классификация отображений.

Ареал определения отображения. Множество значений отображения. Ограничение отображения на подмножестве ареала определения. График отображения, образ и прообраз множества отображения, композиция отображений, типы отображений: инрекция, сурекция, биекция, обратимость отображения.

10. Геометрические преобразования.

Движение (осевая и центрическая симметрии, вращение, параллельный перенос). Свойства движения. Изображение координатами. Преобразование сходства и ее свойства. Свойства фигур.

11. Треугольник.

Признаки сходства треугольников. Соотношение периметров и площадей схожих треугольников. Теоремы синусов и косинусов. Решение треугольника. Формулы

вычисления радиусов вписанных в треугольник и описанных вокруг треугольника окружностей.

12. Прямоугольный треугольник.

Теорема Пифагора. Тригонометрические соотношения между углами и сторонами треугольника. Соотношения между опущенной на гипотенузу высотой, катетами, проекцией наклонной катетов на гипотенузу и гипотенузой.

13. Пропорции в геометрии.

Теорема **Талеса**. Деление отрезка по заданной пропорции. Золотое сечение, среднее арифметическое, среднее геометрическое и среднее гармоническое отрезков.

14. Параллелограмм.

Свойства сторон, углов и диагоналей параллелограммов.

Признаки параллелограммов.

Свойства диагоналей ромба, равенство диагоналей прямоугольника. Оси симметрии прямоугольника, квадрат т его свойства.

15. Трапеция.

Ее элементы. Свойство средней прямой трапеции.

Свойства трапеций с равными сторонами.

16. Окружность и круг.

Формула для вычисления окружности и длины дуги окружности.

Свойство взаимно пересекающихся хорд. Свойство перпендикулярного к хорде диаметра, свойства проведенных из одной точки касательных к окружности и сечения.

17. Элементы аналитической геометрии на плоскости.

Координаты на плоскости. Координаты средней точки отрезка. Изображение расстояния между двумя точками в декартовых координатах. Разделение отрезка по заданной пропорции. Линейное уравнение в общих чертах. Линейное уравнение, проходящее через две точки. Уравнение окружности. Пресечение прямой и окружности

18. Средства сбора данных.

Составление вопросника/анкеты и опрос респондентов (без подбора группы представителей). Случайный эксперимент, приспособления, влекущие случайный исход – монета, урна, игорные кости, рулетка. Качественные и количественные признаки упорядоченных единств данных; относительная частота данных.

19. Способы представления данных.

Круговая диаграмма.

Диаграмма относительной частоты.

20. Вероятность:

Допустимые и недопустимые погрешности, противоположная заданной погрешности погрешность.

Применение способов подсчетов вариантов для описания случайного эксперимента (например, древообразная диаграмма или другие схемы).

Вероятность погрешностей. Свойство вероятности.

Связь и различие между относительной частотой и вероятностью.

IX класс

Математика

(усиленное)

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|--|---|--|---|
| <p>Мат. ус. IX.1. Учащийся может различить подсистемы действительных чисел.</p> <p>Мат. ус. IX.2. Учащийся может увязать друг с другом различные позиционные системы/подсистемы действительных чисел.</p> <p>Мат. ус. IX.3. Учащийся может выполнить действия с действительными числами и оценить</p> | <p>Мат. ус. IX.6. Учащийся может исследовать свойства функции и применить их для изучения зависимости между величинами.</p> <p>Мат. ус. IX.7. Учащийся может применить системы уравнения и неравенства при решении проблем моделированием.</p> <p>Мат. ус. IX.8.</p> | <p>Мат. ус. IX.9. Учащийся владеет и применяет способы представления геометрических фигур и формулирования положений</p> <p>Мат. ус. IX.10. Учащийся может найти размеры объектов и расстояния между объектами.</p> <p>Мат. ус. IX.11. Учащийся может</p> | <p>Мат. ус. IX.13. Учащийся может упорядочить данные и представить их для решения поставленной задачи в приемлемой форме.</p> <p>Мат. ус. IX.14. Учащийся может самостоятельно вычислить/оценить вероятности погрешностей для случайного эксперимента с возвратом и без возврата.</p> |

| | | | |
|--|--|---|--|
| <p>результаты этих действий.</p> <p>Мат. ус. IX.4. Учащийся может применить разные способы суждения-обоснования.</p> <p>Мат. ус. IX.5. Учащийся может решить проблемы, исходящие из практической деятельности.</p> | <p>Учащийся может применить элементы дискретной математики для моделирования и анализа проблемы.</p> | <p>доказать правильность геометрических положений.</p> <p>Мат. ус. IX.12. Учащийся может исследовать геометрические преобразования фигур на плоскости и применить их для решения геометрических проблем.</p> | <p>Мат. ус. IX.15. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключения.</p> |
|--|--|---|--|

Результаты, достигаемые к концу года, и их индикаторы.

Направление: числа и действия

Мат. ус. IX.1. Учащийся может различить подсистемы действительных чисел.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает рациональные и иррациональные числа, как периодические и непериодические десятичные дроби; производит демонстрацию приближения иррационального числа рациональной последовательностью; осуществляет демонстрацию приближения иррационального числа рациональной последовательностью посредством модели;
- до заданной точности округляет действительные числа; различает запись бесконечной периодической дроби от округления;
- называет рациональное число, находящееся между заданными двумя действительными числами.

Мат. ус. IX.2. Учащийся может увязать друг с другом различные позиционные системы/подсистемы действительных чисел.

Результат нагляден, если учащийся:

- сравнивает друг с другом различные позиционные системы; рассуждает о преимуществах каждой при записи чисел;

- приводит примеры цифрового кодирования/технологии информации; увязывает запись числа в различные позиционные системы друг с другом;
- увязывает друг с другом подмножества действительных чисел, применяя язык теории множеств (подмножество, пересечение подмножеств, объединение, разность, дополнение; изображение этих отношений посредством диаграммы Венна);
- в различной форме пишет действительные числа (например, периодическую десятичную дробь запишет в виде дроби); сравнивает и упорядочивает в разной форме записанные действительные числа (*десятичные дроби, дроби; часть и процент одного и того же целого; стандартная форма числа, десятичная и двоичная позиционные системы счисления; степень числа и иррациональное изображение*).

Мат. ус. IX.3. Учащийся может выполнить действия с действительными числами и оценить результаты этих действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- упрощает изображения, содержащие действия с действительными числами (также модуля) с применением свойств, последовательности действий и связи между ними;
- интерпретирует понятие степени с дробным показателем и производит демонстрацию ее свойств; сравнивает и упорядочивает степени с одним и тем же основанием;
- с учетом контекста задачи выбирает, что более приемлемо – оценка результатов действий, или нахождение его точного значения; применяет оценку для проверки адекватности результата вычислений, выполненного с действительными числами;
- в изображении, содержащем одно арифметическое действие, округляет члены (действительные числа) и находит приблизительное значение результата действий; рассуждает о вызванных округлением различиях;
- приводит примеры в относительном смысле "очень больших" и "очень малых" множеств (например: **световой год, масса электрона**); интерпретирует понятие "бесконечно малое/большое" посредством смежных процессов.

Мат. ус. IX.4. Учащийся может применить разные способы суждения-обоснования.

Результат нагляден, если учащийся:

- обосновывает простые положения о свойствах чисел или числовых закономерностях; в соответствующих случаях производит отрицание гипотезы контраргументами;
- в образце суждения распознает дедукцию, обобщение и аналогию; применяет их для установления зависимостей между целыми числами (например, какая цифра стоит в разряде единиц 2^{3456} ?);
- применяет диаграммы Венна при изображении зависимости между числовыми множествами и решении задач;

- применяет метод “допуска от противного” при доказательстве простых положений о числах.

Мат. ус. IX.5. Учащийся может решить проблемы, идущие из практической деятельности.

Результат нагляден, если учащийся:

- выполняет вычисления и сравнивает две просто/сложно начисленные процентные ставки, различные уценки, налогообложение; рассуждает о различиях между ними;
- рассуждает этического/социального характера проблемах, возникших в связи с применением технологий (разная информация в Интернете; права/обязанности потребителя технологий/программного обеспечения; права/обязанности обслуживающей стороны);
- рассуждает о теории информации и ее практической стороне, ее роли/влиянии в древнем/современном обществе (кодирование/декодирование текстовой информации каким-нибудь способом; последовательность Фибоначчи и моделирование/симулирование природных процессов; примеры из истории шифровки для замены азбуки – шифр Юлия Цезаря: замененная 5-ью буквами азбука; например, немецкая шифровальная машина "Энигма" времен Второй мировой войны);
- применяет связи между единицами мер угла при решении задач, связанных с вращением по окружности и/или перестановкой в результате вращения.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. ус. IX.6. Учащийся может исследовать свойства функции и применить их для изучения зависимости между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для описывающей зависимость между множествами функции, в том числе в реальном обстоятельстве, называет тип функции (линейная, содержащая модуль, квадратичная, $f(x) = \frac{k}{x}$) независимо от способа отображения этой функции;
- для описывающей зависимость между множествами функции, в том числе в реальном обстоятельстве, находит нули функции, максимум/минимум функции, промежутки прибавления/убавления и знакопостоянство; интерпретирует эти данные в контексте реальных обстоятельств;
- меняет параметры функции и интерпретирует результаты этого изменения в контексте того процесса, который описывается этой функцией;
- сравнивает две функции, которые отображают реальный процесс (находит то множество, в котором одна функция больше/меньше, равна другой) и интерпретирует результат сравнения относительно контекста.

Мат. ус. IX.7. Учащийся может применить системы уравнения и неравенства при решении проблем моделированием.

Результат нагляден, если учащийся:

- для решения текстовой задачи составляет и решает систему уравнений с двумя неизвестными, в которой одно уравнение линейное, а степень второго не превышает двух; интерпретирует решение с учетом контекста задачи;
- выбирает способ (например, вставки, сложения) для решения системы уравнений/неравенств (количество неизвестных и уравнений/неравенств не превышает 2), изображает решение графически и производит множественную интерпретацию;
- посредством линейного неравенства или/и содержащей два линейных неравенства системы изображает заданные в условии задачи ограничения.

Мат. ус. IX.8. Учащийся может применить элементы дискретной математики для моделирования и анализа проблемы.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет ветвистые диаграммы или/и графы для подсчета вариантов, составления плана/расписания, решения (без алгоритмов) конечных задач оптимизации (например, нахождение наименьшего расстояния между двумя объектами);
- при описании реальных процессов дискретными моделями применяет рекурсию; распространяет заданную рекуррентным правилом последовательность;
- адекватно применяет термины и понятия множеств (например, область определения функции и множество значений), операции с конечными множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение) и диаграммы Венна, в том числе и при моделировании или описании реальных обстоятельств.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. ус. IX.9. Учащийся владеет и применяет способы представления геометрических фигур и формулирования положений

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает геометрические объекты и их графические изображения с применением соответствующей терминологии;
- применяет математические термины при передаче геометрических положений и фактов; правильно употребляет термины: „все“, „ни один“, „некоторые“, „всякий“, „любой“, „существует“ и „каждый“;
- при суждении-обосновании применяет обратное, противоположное и противоположное обратному предложение/положение заданному условному предложению/положению.

Мат. ус. IX.10. Учащийся может найти размеры объектов и расстояния между объектами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для установления размеров объектов и расстояния между ними (в том числе в реальных обстоятельствах) применяет сходство фигур (многоугольников, кругов/окружностей) или/и зависимости между размерами элементов фигур (например, измерение высоты того предмета, основание которого недоступно, вычисление расстояния до недоступного места);
- находит площадь плоской фигуры и применяет его для решения некоторых проблем оптимизации (в том числе в реальных обстоятельствах);
- применяет декартовы координаты на плоскости для установления размеров геометрических фигур.

Мат. ус. IX.11. Учащийся может доказать правильность геометрических положений.

Результат нагляден, если учащийся:

- восстанавливает пропущенную ступень в образцах дедуктивного и индуктивного суждения;
- применяет алгебраические преобразования, свойства равенств и неравенств при доказательстве геометрических положений;
- применяет декартовы координаты для установления и обоснования свойств геометрических объектов.

Мат. ус. IX.12. Учащийся может исследовать геометрические преобразования фигур на плоскости и применить их для решения геометрических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит геометрические преобразования на плоскости, и в простых случаях применяет их для установления равенства фигур;
- применяет координаты для выполнения и отображения геометрических преобразований (параллельный перенос, осевая/центровая симметрия);
- рассуждает и делает заключение о композициях одних и тех же геометрических преобразований (параллельный перенос, вращения с одним и тем же центром, осевые симметрии к параллельным осям, имеющие общий центр гомотетии);
- по свойствам фигуры и/или геометрических преобразований рассуждает о возможности покрытия плоскости заданными фигурами; в соответствующих случаях производит демонстрацию покрытия плоскости (локально).

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. ус. IX.13. Учащийся может упорядочить данные и представить их для решения поставленной задачи в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- группирует количественные данные в классах интервалов и составляет соответствующую таблицу/гистограмму (с применением технологий или без них);
- выбирает соответствующую графическую форму для представления несгруппированных количественных данных, обосновывает выбор и создает таблицу/диаграмму (с применением технологий или без них);
- представленные в одной графической форме данные представляет в отличающейся графической форме, и показывает приемлемые и неприемлемые стороны каждой из них.

Мат. ус. IX.14. Учащийся может самостоятельно вычислить/оценить вероятности погрешностей для случайного эксперимента с возвратом и без возврата.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет свойства и формулы (суммы и произведения) вероятности для вычисления погрешностей вероятности;
- планирует случайный эксперимент, для проведения которого одно приспособление заменяет другим и обосновывает выбор;
- называет элементарные погрешности, способствующие сложной погрешности, и применяет классическое определение вероятности для вычисления вероятности сложной погрешности.

Мат. ус. IX.15. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключения.

Результат нагляден, если учащийся:

- с учетом контекста задачи выбирает соответствующие итоговые числовые характеристики, обосновывает свой выбор, считает и применяет его для характеристики/сравнения единств данных;
- применяет представленные в графической форме данные для формулирования или оценивания мнений/аргументов статистического содержания;
- высказывает предположение об ожидании погрешностей на основании данных (например, по относительной частоте) и обосновывает правомерность предположения.

Содержание программы

1. Иррациональные числа. Действительные числа.

Множество действительных чисел. Сравнение действительных чисел и арифметические действия над ними, понятие иррационального числа. Примеры иррационального числа, несоизмеримые отрезки, десятичное приближение иррационального числа.

2. Функция. График функции.

Область определения функции. Множество значений функции. Рост, снижение, четность, нечетность, периодичность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, обратная функция.

3. Квадратичная функция и квадратные неравенства.

Свойства и график $y = x^2$, $y = ax^2$, $y = ax^2 + bx + c$ функций.

Исследование квадратичной функции $y = |f(x)|$ и $y = f(|x|)$ типа и построение графика.

Наименьшее и наибольшее значения квадратичной функции.

Рассмотрение задач, которые ведут к нахождению наименьшего и наибольшего значения квадратичной функции.

Функция $y = \sqrt{x}$.

Квадратные неравенства и системы.

Исследование квадратного трехчлена по корням.

Квадратные неравенства и системы, содержащие параметр.

Решение неравенства методом интервала. Решение рационального неравенства методом интервалов. Содержащие модуль неравенства.

4. Расширение понятия степени и корня.

Степень с целым показателем и ее свойства. Неравенства, которые связаны со степенью с целым показателем.

Степенные функции с целым показателем, их свойства и график.

Корень n степени. Свойства корней n степени и действия с ними. Корень нечетной степени из отрицательного числа.

Упрощение изображений, которые содержат корни в разной степени.

Свойство корня, которые связаны с неравенствами. Несколько среднее геометрическое некоторых неотрицательных чисел.

$y = \sqrt[n]{x}$, $n \in \mathbb{N}$ функция, свойства и график.

Иррациональные уравнения.

Упрощение степени с рациональным показателем и их свойства.

Свойства и график функции с рациональным показателем.

5. Числовая последовательность, индукция.

Способы подачи числовой последовательности.

Арифметическая последовательность: формулы вычисления суммы n -ого члена арифметической прогрессии и первого n члена.

Геометрическая прогрессия: формулы вычисления суммы n -ого члена геометрической прогрессии и первого n члена.

Рекуррентный способ задания последовательности. Последовательность Фибоначчи.
Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула для вычисления суммы.

Метод математической индукции и его применение в доказательстве тождества, неравенства, делимости и других вопросов.

6. Правильные прямоугольники.

Вписанные в правильный прямоугольник и описанные вокруг него окружности.

Зависимость между стороной правильного прямоугольника и радиусами вписанных и описанных вокруг него окружностей.

7. Площадь плоской фигуры.

Площадь плоской фигуры и ее свойства.

Вычисление площади квадрата, прямоугольника, треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции и правильного прямоугольника.

Формулы вычисления площади кругового сектора и круга.

8. Геометрические преобразования.

Преобразование движения и сходства. Гомотетия, как частный случай преобразования сходства. Их изображение в координатах.

Композиции геометрических преобразований.

9. Вектора.

Вектора и определенные с ними операции: сложение, скалярное умножение. Скалярное произведение векторов, его основное свойство.

Коллинеарные вектора. Изображение векторов и действий с векторами в координатах.

Разложение вектора по ортам координатных осей.

Рассмотрение задач по применению свойств векторов.

10. Организация данных.

Группирование количественных данных по классам интервалов.

Средства представления данных для количественных и сгруппированных данных:

листообразная диаграмма

Частотный полигон, гистограмма.

11. Итоговые числовые характеристики для количественных данных:

измеритель центральной тенденции – медиана;

измеритель рассеяния данных – среднеквадратичное отклонение.

12. Вероятность:

элементарные и сложные погрешности;

применение суммы и произведения вероятностей для вычисления самостоятельных вероятностей погрешностей.

Глава XXIII

Предметные компетенции на средней ступени

X класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|---|--|---|---|
| <p>Мат. X.1. Учащийся может различить подсистемы множеств действительных чисел.</p> <p>Мат.X.2. Учащийся может увязать друг с другом различные позиционные системы/подсистемы действительных чисел.</p> <p>Мат.X.3. Учащийся может выполнить действия с действительными числами и оценить результаты этих действий .</p> | <p>Мат. X.6. Учащийся может исследовать свойства функции и применить эти свойства для изучения зависимости между величинами.</p> <p>Мат.X.7. Учащийся может применить системы уравнения и неравенства при решении проблем.</p> <p>Мат.X.8. Учащийся может применить элементы дискретной математики при решении проблем.</p> | <p>Мат. X.9. Учащийся может применить способы представления геометрических фигур и формулирования положений.</p> <p>Мат. X.10. Учащийся может обосновать геометрическое положение.</p> <p>Мат. X.11. Учащийся может найти размеры объектов и расстояния между объектами.</p> <p>Мат. X.12. Учащийся</p> | <p>Мат.X.13. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения задачи.</p> <p>Мат. X.14. Учащийся может упорядочить качественные и количественные данные и представить их для решения задач в приемлемой форме.</p> <p>Мат. X.15. Учащийся может описать случайность посредством моделей вероятности.</p> |

| | | | |
|--|--|--|---|
| <p>Мат.Х.4. Учащийся может применить разные способы суждения-обоснования.</p> <p>Мат. Х.5. Учащийся может решить задачи, связанные с практической деятельностью.</p> | | <p>может исследовать геометрические преобразования фигур на плоскости и применить их при решении задач по геометрии.</p> | <p>Мат.Х.16. Учащийся может применить понятия и процедуры по статистике и вероятности в повседневном обстоятельстве.</p> |
|--|--|--|---|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

направление: числа и действия

Мат. Х.1. Учащийся может различить подсистемы множеств действительных чисел.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает рациональные и иррациональные числа (в том числе, как периодические и не периодические десятичные дроби); обосновывает иррациональность/ рациональность числа и демонстрирует иррациональность/ рациональность, применяя модель; демонстрирует приближение иррационального числа, последовательностью рациональных чисел, применяя модель;
- до заданной точности округляет действительные числа; различает запись нескончаемой периодической десятичной дроби от округления;
- для двух заданных действительных чисел, называет расположенное между ними рациональное число;
- производит интерпретацию записи действительного числа в десятичной позиционной системе и/или демонстрирует его, применяя модель (*например, производит приближение положительного действительного числа меньше 1 равномерным разделением $[0, 1]$ отрезка*).

Мат.Х.2. Учащийся может увязать друг с другом различные позиционные системы/подсистемы действительных чисел.

Результат нагляден, если учащийся:

- сравнивает друг с другом разные позиционные системы; рассуждает о преимуществе каждой в различных случаях;
- связывает друг с другом подмножества действительных чисел применяя язык теории множеств (подмножество, пересечение, объединение множеств, их разность, добавление; изображение этих отношений различными способами);
- изображает действительные числа в различной форме (например, периодическую десятичную дробь запишет в виде дроби); сравнивает и упорядочивает записанные в разной форме действительные числа (десятичные дроби, дроби; часть и процент одного и того же целого; стандартную форму числа, десятичную и двоичную позиционные системы; степень числа и иррациональное изображение

Мат.Х.3. Учащийся может выполнить действия с действительными числами и оценить результаты этих действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- упрощает изображение, содержащее действия с действительными числами (также модуля), применяя свойства действий, последовательность выполнения действий и связь между ними;
- производит интерпретацию степени с дробным показателем и демонстрирует ее свойства; сравнивает и упорядочивает степени с одними и теми же основаниями;
- учитывая контекст задачи, выбирает, что более целесообразно – оценка результатов действий или нахождение их точного значения; применяет оценку для проверки результата вычислений, выполненных с действительными числами;
- в содержащем одно арифметическое действие изображении округляет члены (действительные числа) и находит приблизительное значение результата действий; рассуждает о полученных при округлении различиях;
- приводит примеры в относительном смысле "очень больших" и "очень малых" величин (например, *световой год, масса электрона*).

Мат.Х.4. Учащийся может применить разные способы суждения-обоснования.

Результат нагляден, если учащийся:

- обосновывает положение о свойствах числах или числовых закономерностях; в соответствующих случаях производит отрицание гипотезы контраргументом;
- в образцах суждения распознает дедукцию, обобщение и аналогию; применяет их для установления отношений между целыми числами (например, *какая цифра стоит в разряде единичных числа 2^{3455} ?*);
- при решении задач применяет некоторые способы изображения зависимости между числовыми множествами (например, диаграмма Венна);
- применяет метод "допуска противоположного" при доказательстве простых положений о числах.

Мат. X.5. Учащийся может решить задачи, связанные с практической деятельностью.

Результат нагляден, если учащийся:

- использует вычисления и сравнивает в простой/сложной форме две начисленные процентные ставки, различные уценки, варианты налогообложения; рассуждает о различиях между ними;
- рассуждает о вопросах количественного характера, связанных с применением информационных и коммуникационных технологий;
- применяет связи между единицами мер угла для решения задач, связанных с вращением и/или передвижением вследствие вращения по окружности (например, *связанные с валом задачи*).

Направление: закономерности и алгебра

Мат. X.6. Учащийся может исследовать свойства функции и применить эти свойства для изучения зависимости между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для описывающей зависимость между величинами функции (в том числе в реальных обстоятельствах) называет тип функции (линейная, содержащая модуль, квадратичная, обратная пропорциональной зависимости $f(x) = \frac{k}{x}$), независимо от способа изображения этой функции;
- для описывающей зависимость между величинами функции, в том числе в реальных обстоятельствах, находит нули функции, максимум/минимум функции, промежутки прибавления/убавления и знакопостоянства; интерпретирует эти данные в контексте реальных обстоятельств;
- меняет параметры функции и интерпретирует результаты этого изменения в контексте того процесса, который описывается этой функцией (например, *в функции, описывающей зависимость пройденного расстояния от времени - $S(t) = v \cdot t + S_0$, определяет какое влияние производит изменение скорости на пройденное расстояние?*);
- сравнивает две функции, которые отображают реальный процесс (находит то множество, в котором одна функция больше/меньше, равна другой) и интерпретирует результат сравнения относительно контекста.

Мат. X.7. Учащийся может применить системы уравнения и неравенства при решении проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- для решения текстовой задачи составляет и решает систему уравнений с двумя неизвестными; интерпретирует решение с учетом контекста задачи;
- выбирает и применяет способ решения системы уравнений/неравенств (например, *вставки, сложения*); графически изображает решение и производит множественную интерпретацию решения;
- изображает заданные в задаче ограничения, с помощью линейного неравенства или содержащей два линейных неравенства системы. (Например, фирма на рекламную компанию должна потратить не более 2000 лари. Они хотят опубликовать не более 10 рекламных объявлений. В выходные дни стоимость рекламного объявления составляет 20 лари, а в остальные дни недели – 10 лари.).

Мат.Х.8. Учащийся может применить элементы дискретной математики при решении проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет ветвистые диаграммы и графы для подсчета вариантов, составления плана/расписания, решения (без алгоритма) дискретных задач оптимизации (например, *нахождение оптимального маршрута между двумя объектами*);
- при изображении последовательности применяет рекуррентное правило (*в том числе при описании реальных процессов дискретными моделями. Например, ежегодный постоянный процентный рост количества населения*); *распространяет заданную последовательность рекуррентным правилом*;
- адекватно применяет термины и понятия множеств (например, *область определения функции и множество значений*) и действия с множествами (пересечение, объединение, разность, дополнение) в том числе при моделировании и описании реального обстоятельства.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. Х.9. Учащийся может применить способы представления геометрических фигур и формулирования положений.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает геометрические объекты и их графические изображения с применением соответствующей терминологии;
- применяет математические символы при передаче геометрических положений и фактов; правильно применяет термины: “все”, “ни один”, “некоторые”, “всякий”, “любой”, “существует” и “каждый”;
- при суждении-обосновании применяет обратное, противоположное и противоположное обратного предложение/положение заданному условному предложению/положению.

Мат. X.10. Учащийся может обосновать геометрическое положение.

Результат нагляден, если учащийся:

- восстанавливает пропущенную ступень в образцах дедуктивного и индуктивного суждения;
- применяет алгебраические преобразования, свойства равенств и неравенств при доказательстве геометрических положений;
- применяет координаты для установления и обоснования свойств геометрических объектов;
- применяет аксиомы Евклидовой геометрии для доказательства геометрических положений.

Мат. X.11. Учащийся может найти размеры объектов и расстояния между объектами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для установления размеров объектов и расстояния между объектами (в том числе в реальных обстоятельствах) применяет сходство фигур (многоугольников, кругов/окружностей) и зависимости между размерами элементов фигур (например, *измерение высоты того предмета, основание которого недоступно, вычисление расстояния до недоступной точки*);
- находит площадь плоской фигуры и применяет ее для решения некоторых проблем оптимизации (в том числе в реальных обстоятельствах);
- применяет координаты на плоскости для восстановления размеров геометрических фигур.

Мат. X.12. Учащийся может исследовать геометрические преобразования фигур на плоскости и применить их при решении задач по геометрии.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит геометрические преобразования на плоскости и в простых случаях применяет их для установления равенства фигур;
- применяет координаты для выполнения и отражения геометрических преобразований (параллельный перенос, осевая/центровая симметрия);
- рассуждает и делает заключение о композициях одних и тех же геометрических преобразованиях (параллельный перенос, вращения с одним и тем же центром, осевые симметрии к параллельным осям, гомотетии с общим центром);
- по свойствам фигур и/или геометрических преобразований рассуждает о возможности покрытия плоскости заданными фигурами; в соответствующих случаях демонстрирует (локальное) покрытие плоскости.

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. X.13. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет способы сбора данных (наблюдение, измерение, опрос указанных респондентов посредством готовой анкеты/ готового вопросника);
- проводит статистический (в том числе, случайный) эксперимент и собирает данные;
- исследует и применяет разные исторические и современные источники данных (например, *информационный справочник, Интернет, каталог и др.*).

Мат. X.14. Учащийся может упорядочить качественные и количественные данные и представить их для решения задач в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает соответствующую графическую форму представления качественных и количественных (сгруппированных) данных, обосновывает свой выбор и создает таблицу/диаграмму;
- составляет различные диаграммы для одних и тех же качественных и количественных данных и рассуждает, насколько значимые аспекты данных показывает, и какое преимущество имеет каждая;
- производит группирование/упорядочение данных, рассуждает о принципах группирования/упорядочения.

Мат. X.15. Учащийся может описать случайность посредством моделей вероятности.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает пространство элементарных погрешностей случайного эксперимента, считает вероятности погрешностей с применением способов подсчета вариантов (например, *посредством древообразной диаграммы*);
- проводит эксперимент каким-нибудь устройством, использование которого влечет случайный исход, и оценивает вероятность погрешности на основании экспериментальных данных (посредством относительной частоты), рассуждает о различиях между теоретическим (ожидаемым) результатом и эмпирическим (экспериментальным) результатом;
- для заданного конечного вероятного пространства описывает приспособление, влекущее случайный исход, модель вероятности которого представляет это пространство, обосновывает дизайн приспособления.

Мат. X.16. Учащийся может применить понятия и процедуры по статистике и вероятности в повседневном обстоятельстве.

Результат нагляден, если учащийся:

- Рассматривает те статистические обстоятельства, опыт которых имеет (например, *перепись населения, выборы, опрос общественного мнения*), применяет опубликованные факты/данные и рассуждает о данной проблеме (например, *об экологических вопросах*);

- Рассуждает о применении моделей вероятности в страховке, статистических исследованиях, демографии;
- Приводит примеры применения моделей вероятности и статистики в естествознании и медицине, разъясняет явления с помощью действия механизма вероятности.

Содержание программы

1. Множества рациональных и иррациональных чисел. Приближение иррационального числа последовательностью рациональных чисел.
2. Числовые системы, отличающиеся от десятичной: практические примеры записи чисел в отличной от десятичной системе (например, в двоичной системе); связи между разными позиционными системами (например, представление в двоичной системе заданного в десятичной позиционной системе числа и наоборот).
3. Запись числа, данного в десятичной системе, в стандартной форме; запись данного в стандартной форме числа в десятичной позиционной системе.
4. Сравнение/упорядочение данных в разном виде действительных чисел.
5. Арифметические действия с действительными числами.
6. Округление действительных чисел и оценка результатов арифметических действий.
7. Степень с рациональным показателем и ее свойства.
8. Линейные, содержащие модуль, квадратичные и $f(x) = \frac{k}{x}$ функции.
9. Понятие множества; операции с конечными множествами: пересечение, объединение, добавление множества, разность множеств; диаграммы Венна.
10. Область определения функции и множество значений.
11. Возрастание/убывание функции и промежутки знакопостоянства.
12. Нули функции и точки максимума/минимума и соответствующие значения.
13. Такие системы уравнений с двумя неизвестными, в которых одно уравнение линейное, а степень второго не превышает двух.
14. Система линейных уравнений с двумя неизвестными.
15. Тригонометрические уравнения: уравнения $\sin(x) = a$, $\cos(x) = a$, $\operatorname{tg}(x) = a$ вида.
16. Рекуррентный способ подачи числовой последовательности.
17. Сходство фигур и признаки сходства.
18. Тригонометрические соотношения между углами и сторонами треугольника (теорема синусов/косинусов).
19. Радиальный размер угла. Связь между радиальным размером и градусным размером угла.
20. Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые.
21. Формула расстояния между двумя точками по координатам.
22. Геометрические преобразования на плоскости: осевая симметрия, центровая симметрия, вращение вокруг точки, гомотетия, параллельный перенос; композиции геометрических преобразований.
23. Ось симметрии, центр симметрии.
24. Симметричность фигуры относительно точки.
25. Симметричность фигуры относительно прямой.
26. Площадь круга. Площадь сектора круга.
27. Многогранники и их признаки и свойства.

28. Аксиомы Евклидовой геометрии (на плоскости) и их связь с реальностью и идущими со смежных дисциплин вопросами.
29. Источники данных и способы добычи данных в науке (естествоведческие, гуманитарные, социальные, технические науки), на производстве, в управлении, образовании, спорте, медицине, обслуживании и сельском хозяйстве: наблюдение, эксперимент, опрос с заготовленным вопросом.
30. Классифицирование и организация данных: качественные и количественные данные; расположение данных по убывающей-возрастающей или лексикографическим методом.
31. Качественные и количественные признаки упорядоченного единства данных: количество данных, позиция и последовательность в единстве; частота и относительная частота данных.
32. Качественные и количественные средства представления данных(в том числе для сгруппированных данных): список, таблица, пиктограмма; разновидности диаграммы (точечная, сетчатая, линейная, столбчатая, круговая).
33. Итоговые числовые характеристики для качественных и несгруппированных данных: измерение центральной тенденции (среднее, мода, медиана; измерение рассеивания данных (диапазон рассеивания, среднее квадратичное отклонение).
34. Вероятность: случайный эксперимент, пространство элементарных погрешностей (случай конечного пространства); приспособления, влекущие случайный исход (монета, игорные кости, рулетка, урна); вероятность погрешности, вычисление вероятности с применением способов подсчета вариантов.
35. Связь между относительной частотой и вероятностью.

XI класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|--|---|---|---|
| Мат. XI.1. Учащийся может увязать друг с другом позиционные системы/множества действительных чисел. | Мат. XI.5. Учащийся может применить функции и ее свойства при моделировании реальных | Мат. XI.8. Учащийся может выполнить операций над векторами и применить их при решении геометрических и | Мат. XI.12. Учащийся может получить данные для решения поставленной задачи. Мат. XI.13. Учащийся |

| | | | |
|--|---|--|---|
| <p>Мат. XI.2. Учащийся может выполнить действия с действительными числами разными способами и оценить результаты этих действий .</p> <p>Мат. XI.3. Учащийся может применить разные способы суждения-обоснования.</p> <p>Мат. XI.4. Учащийся может решить задачи, идущие из практической деятельности.</p> | <p>обстоятельств.</p> <p>Мат. XI.6. Учащийся может применить графические, алгебраические методы и технологии для изучения свойств функции /семьи функций.</p> <p>Мат. XI.7. Учащийся может применить понятия и аппарат дискретной математики при моделировании и решении проблем.</p> | <p>естествоведческих проблем.</p> <p>Мат. XI.9. Учащийся может применить дедукционное/индукционное суждение и алгебраическую технику для доказательства геометрических положений.</p> <p>Мат. XI.10. Учащийся может охарактеризовать геометрические преобразования и применить их при решении геометрических проблем.</p> <p>Мат. XI.11. Учащийся может применить сечения и проекции для изучения пространственных фигур.</p> | <p>может представить данные для решения задачи в приемлемой форме и их интерпретации.</p> <p>Мат. XI.14. Учащийся может описать случайность моделями вероятности.</p> <p>Мат. XI.15. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключения.</p> |
|--|---|--|---|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. XI.1. Учащийся может увязать друг с другом позиционные системы/множества

действительных чисел.

Результат нагляден, если учащийся:

- приводит примеры цифрового кодирования/цифровых технологий информации; увязывает запись числа в различные позиционные системы счисления друг с другом (например, *записанное в двоичной системе счисления число пишется в десятичной позиционной системе*);
- производит демонстрацию приближения иррационального числа последовательностью рациональных чисел в контексте вычислений, связанных с практическими задачами;
- рассуждает о различиях между рациональными и иррациональными числами при их записи с применением позиционной системы счисления.

Мат. XI.2. Учащийся может выполнить действия с действительными числами разными способами и оценить результаты этих действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- упрощает изображения, содержащие действия (в том числе степени и логарифмы) с действительными числами или находит их значение с применением свойств, последовательности действий и связи между ними;
- находит результат арифметических действий с заданной точностью; рассуждает об изменении результата и несовпадении, которое вызвано округлением членов изображения;
- применяет разные способы оценивания для проверки адекватности результатов выполненных с действительными числами вычислений (в том числе, степень и логарифм в простых случаях);
- производит интерпретацию бесконечно больших и бесконечно малых величин, действий с ними и результата действий, в контексте функции, изображающей последовательность или какого-нибудь процесса.

Мат. XI.3. Учащийся может применить разные способы суждения-обоснования.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет метод допущения противоположного при решении задач или доказательстве простых положений о числах (например, *допуская противоположность, доказывает иррациональность какого-нибудь числа*);
- формулирует и изображает связи частного/общего типа между высказываниями о свойствах чисел или числовых закономерностях, применяет способ отображения при проверке/доказательстве правомерности высказанного мнения;
- в образце суждения, связанного с количествами и величинами, проводит анализ линии суждения и заключительной части, отмечает его сильные и слабые стороны.

Мат. XI.4. Учащийся может решить задачи, связанные с практической деятельностью.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет степень и логарифм числа, свойства степени и логарифма при решении задач, связанных с практической деятельностью или с разными отраслями науки (например, *энтропия в биологии и физике, радиоактивное разложение и метод датирования*);
- определяет и применяет соответствующие единицы для описания скорости изменения величины; устанавливает соотношение между разными единицами.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. XI.5. Учащийся может применить функции и ее свойства при моделировании реальных обстоятельств.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет (тригонометрические, кусочно-линейные, ступенчатые, с показателем, логарифмические) функции и их функции при моделировании реальных процессов;
- интерпретирует нули, функции, максимум/минимум функции в контексте того реального(ых) процесса/обстоятельств, который(ые) описывается этой функцией;
- применяет методы линейной оптимизации на плоскости в связанных с реальным обстоятельством задачах (например, *в задачах по эффективному использованию ограниченных ресурсов*) линейной функции.

Мат. XI.6. Учащийся может применить графические, алгебраические методы и технологии для изучения свойств функции /семьи функций.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет геометрические признаки графика функции (например, *симметричность координатной оси относительно параллельной прямой, центровая симметричность относительно к началу координат, инвариантность относительно параллельного переноса*) для установления свойств функций;
- применяет соответствующие графические, алгебраические методы или технологии (тригонометрические, кусочно-линейные, ступенчатые, с показателем, логарифмические) для установления таких свойств функций, как: возрастание/убывание, знакопостоянство, периодичность//период, корень, экстремумы;
- описывает, какое влияние производит изменение параметров функции на график функции.

Мат. XI.7. Учащийся может применить понятия и аппарате дискретной математики при моделировании и решении проблем

Результат нагляден, если учащийся:

- называет такие структуры (например, *последовательности, отображения; в том числе в реальных обстоятельствах*), при описании которых, *возможно применение* рекуррентного правила; применяет рекуррентное правило для описания такой структуры;

- при доказательстве положений, в соответствующих случаях, применяет математическую индукцию (в том числе для получения связанных с арифметической-геометрической прогрессией некоторых формул);
- применяет деревообразные диаграммы и графы для подсчета вариантов, составления плана/расписания, решения дискретных задач оптимизации.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. XI.8. Учащийся может выполнять операций над векторами и применить их при решении геометрических и естественнонаучных проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит геометрическую и физическую интерпретацию длины и направления вектора, действий с векторами (сложение, скалярное умножение, скалярное произведение) и свойств;
- применяет векторы для доказательства геометрических положений и установления размеров на плоскости;
- применяет координаты при отображении операций векторов и с векторами.

Мат. XI.9. Учащийся может применить дедукционное/индукционное суждение и алгебраическую технику для доказательства геометрических положений.

Результат нагляден, если учащийся:

- находит логические связи (например, *вытекаемость*) между геометрическими положениями; применяет дедукционное и индукционное суждение;
- обобщает отдельные геометрические положения; формулирует гипотезу и обосновывает/отрицает ее (в том числе с применением математической индукции; например, формула Эйлера на плоскости и в пространстве);
- рассуждает о непротиворечивости аксиоматики Евклидовой геометрии;
- применяет алгебраические преобразования для доказательства геометрических положений.

Мат. XI.10. Учащийся может охарактеризовать геометрические преобразования и применить их при решении геометрических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет те характеристики геометрических фигур, которые не изменяются при заданного геометрического преобразования (инварианты преобразования);
- с применением разных данных (например, *размеры фигур, координаты вершин фигур, алгебраические соотношения между элементами фигур*) о фигуре, обосновывает или отрицает эквивалентность двух геометрических фигур относительно заданного преобразования или типа преобразования.

Мат. XI.11. Учащийся может применить сечения и проекции для изучения пространственных фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

Результат нагляден, если учащийся:

- рассуждает о возможной форме сечения пространственной фигуры и строит указанное сечение пространственной фигуры;
- находит проекцию фигуры при указанном параллельном планировании;
- рассуждает о возможной форме пространственной фигуры по его сечению/сечениям;
- рассуждает о возможной форме фигуры по его отображению при параллельном планировании.

направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. XI.12. Учащийся может получить данные для решения поставленной задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает и применяет соответствующий способ сбора данных (наблюдение, измерение, опрос указанной группы респондентов заготовленной анкетой/ заготовленным вопросником, добыча данных из разных источников данных), обосновывает свой выбор;
- определяет респондентов, выбирает соответствующую форму постановки вопросов (открытые вопросы, закрытые вопросы, обозначение квадрата, обозначение на шкале), создает простой вопросник и применяет его для сбора данных;
- для изучения вопроса представляет соответствующий план эксперимента, проводит эксперимент и собирает данные.

Мат. XI.13. Учащийся может представить данные для решения задачи в приемлемой форме и их интерпретации.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает соответствующие графические формы представления данных, обосновывает свой выбор, строит и разъясняет таблицы/диаграммы (в том числе для сгруппированных по классам интервалов);
- составляет распределение частот, представляет их в графической форме и описывает их симметричность, количество мод, посредством разложения или других признаков;
- представленные одной графической формой данные представляет в отличной графической форме и показывает приемлемые и неприемлемые стороны каждой;
- распознает ошибочные интерпретации диаграммы или некорректно построенные/оформленные диаграммы, разъясняет и исправляет недочеты.

Мат. XI.14. Учащийся может описать случайность моделями вероятности.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает пространство элементарных погрешностей случайного эксперимента, считает вероятности самостоятельных погрешностей (в том числе с применением формул вероятности);
- считает вероятности сложных погрешностей с применением комбинаторного анализа;
- для проведения случайного эксперимента одно приспособление заменяет эквивалентным ему другим приспособлением и обосновывает выбор.

Мат. XI.15. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключения.

Результат нагляден, если учащийся:

- считает и применяет итоговые числовые характеристики для характеристик/сравнения единств сгруппированных данных и оценки мнений/аргументов;
- определяет модальный класс и оценивает среднее, медиану и диапазон для величин сгруппированных данных, учитывает при принятии решения в реальных обстоятельствах;
- высказывает предположение о математическом ожидании погрешности на основании данных (например, *по относительной частоте*) и обосновывает правомерность предположения.

Содержание программы

1. Подсистемы действительных чисел: множества рациональных и иррациональных чисел.
2. Различные позиционные системы счисления и связи между ними.
3. Сложение/упорядочение данных в различном виде чисел.
4. Алгебраические действия над действительными числами.
5. Округление действительного числа и оценка результата арифметических действий, нахождение приблизительного значения результата арифметических действий.
6. Степень и логарифм (с любой основой) числа.
7. Основное логарифмическое тождество.
8. Логарифм произведения, соотношения и степени.
9. Элементы арифметики остатка.
10. Бесконечно большие и бесконечно малые величины и действия с ними в контексте последовательности и функций.
11. Тригонометрические, кусочно-линейные, ступенчатые, с показателем, логарифмические функции: область определения и множества значений; нули, максимумы и минимумы; промежутки возрастания/убывания и знакопостоянства.
12. Периодичность и период функции.
13. Геометрические свойства графика функции.
14. Основные зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

15. Формулы доведения.
16. Уравнения и неравенства с показателем и решение уравнений и неравенств с показателем.
17. Логарифмические уравнения и неравенства: решение логарифмических уравнений и неравенств с постоянным основанием.
18. Задачи линейной оптимизации на плоскости.
19. Математическая индукция и ее применение для получения формулы общего члена числовой последовательности заданной рекуррентным правилом (например, арифметическая/геометрическая прогрессия, последовательность Фибоначчи).
20. Отношения между прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями в пространстве.
21. Ортогональная планировка на плоскости точки, прямой, отрезка.
22. Расстояние от точки до плоскости.
23. Взаимная перпендикулярность прямой и плоскости и признаки взаимной перпендикулярности.
24. Параллельность прямой и плоскости и признаки параллельности.
25. Параллельность плоскостей и признаки параллельности.
26. Угол между плоскостями.
27. Взаимная перпендикулярность плоскостей и признаки взаимной перпендикулярности.
28. Угол между прямой и плоскостью.
29. Угол с двумя гранями и его размер.
30. Перпендикуляр и наклонная к плоскости.
31. Теорема о трех перпендикулярах.
32. Цилиндр и его элементы: радиус, боковая поверхность, основание, высота, ось цилиндра.
33. Осевое сечение цилиндра.
34. Конус и его элементы: вершина, основание, боковая поверхность, высота.
35. Осевое сечение конуса.
36. Ядро, сфера и их элементы: центр, радиус, диаметр.
37. Сечение ядра плоскостью.
38. Векторы и действия с ними: сложение, скалярное умножение, скалярное произведение.
39. Угол между двумя векторами; длина вектора.
40. Отображение векторов и векторных операций в координатах.
41. Геометрические преобразования на плоскости: перестановка и преобразования сходства.
42. Инварианты фигуры (прямоугольника, круга) относительно геометрического преобразования.
43. Сечения и проекции пространственной фигуры.
44. Способы сбора данных: составление анкеты/вопросника и опрос респондентов (без подбора представительской группы).
45. Классифицирование и организация данных: группирование количественных данных по классам интервалов конечного количества.
46. Качественные и количественные признаки упорядоченных единств данных: типичные и выделяющиеся (например, экстремальные, редкие) данные; распределение частот; накопленная частота, накопленная относительная частота; характеризующий позицию данных ранжир.

47. Способы представления данных для качественных и количественных данных: разновидности диаграмм (ветвистые, гистограмма, частотный полигон, огива, диаграмма накопленных относительных частот).
48. Итоговые числовые характеристики для качественных и несгруппированных количественных данных: измерение рассеивания данных (стандартное отклонение).
49. Вероятность: операции с погрешностями (объединение, пересечение погрешностей); вычисление вероятностей самостоятельных погрешностей с применением суммы вероятности и комбинаторного анализа; геометрическая вероятность на отрезке и плоской фигуре.

ХII класс

Математика

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| | | | |
|-------------------------|---------------------------------|--|--|
| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|-------------------------|---------------------------------|--|--|

| | | | |
|--|---|---|---|
| <p>Мат. XII.1. Учащийся может решить проблемы, связанные с практической деятельностью.</p> <p>Мат. XII.2 Учащийся может проанализировать процесс суждения-обоснования и его результат.</p> | <p>Мат. XII.3. Учащийся может исследовать и установить свойства функции или семьи функций и интерпретировать эти свойства относительно контекста.</p> <p>Мат. XII.4. Учащийся может применить методы дискретной математики при моделировании и решении проблем.</p> | <p>Мат. XII.5. Учащийся может найти/оценить размеры фигур или их элементов и применить их при решении практических проблем.</p> <p>Мат. XII.6. Учащийся может охарактеризовать геометрические преобразования и применить их при решении геометрических проблем.</p> | <p>Мат. XII.7. Учащийся может представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме и интерпретировать их.</p> <p>Мат. XII.8. Учащийся описывает случайность посредством моделей вероятности.</p> <p>Мат. XII.9. Учащийся может сделать анализ данных и сформулировать заключение.</p> |
|--|---|---|---|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы

Направление: числа и действия

Мат. XII.1. Учащийся может решить проблемы, связанные с практической деятельностью.

Результат нагляден, если учащийся:

- рассуждает о значении связанных с числами логарифмов при решении проблем, связанных с практической деятельностью и разными отраслями науки;
- применяет свойства логарифмических функций и функций с показателями при решении вычислительных задач, связанных с практической деятельностью или различными отраслями науки (например, *непрерывно начисленная процентная ставка, энтропия в биологии и физике, объем информации, радиоактивное разложение и метод датирования*);
- при графическом изображении изменения величины выбирает и применяет соответствующую шкалу (например, логарифмическую шкалу.)

Мат. XII.2 Учащийся может проанализировать процесс суждения-обоснования и его результат.

Результат нагляден, если учащийся:

- анализирует положение о числах или образец количественного суждения и его результат с ослаблением-устранением одного или двух условий, ограничением или допуском;
- обосновывает заключения, полученные обобщением, аналогией свойств чисел или числовых закономерностей, или положения о них (в том числе с применением математической индукции);
- проводит критический анализ линии суждения и заключительной части над связанными с количествами и величинами образцами суждения.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. XII.3. Учащийся может исследовать и установить свойства функции или семьи функций и интерпретировать эти свойства относительно контекста.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает и сравнивает семьи изученных функций по таким свойствам, как: область определения и множество значений, возможное количество корней и точек экстремумов, промежутки знакопостоянства и возрастание /убывание, периодичность, асимптотическое поведение, геометрические свойства графиков; производит интерпретацию этих свойств относительно контекста;
- применяет соответствующие графические, алгебраические методы и технологии для установления свойств функций (область определения и множество значений, корни и точки экстремумов, промежутки знакопостоянства и возрастания /убывания, четность/нечетность, периодичность, асимптотическое поведение, геометрические свойства графиков). Производит интерпретацию этих свойств относительно контекста;
- описывает, какое влияние производит изменение параметра на свойство функции; производит интерпретацию этого влияния относительно контекста;
- применяет изученные функции и их свойства при моделировании и решении проблем.

Мат. XII.4. Учащийся может применить методы дискретной математики при моделировании и решении проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет итерацию, рекурсию и математическую индукцию при моделировании, доказательстве положений, выведении формул, решении комбинаторных задач;
- применяет графы, древообразные диаграммы и их свойства при моделировании и решении задач.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. XII.5. Учащийся может найти/оценить размеры фигур или их элементов и применить их при решении практических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- находит объем пространственной фигуры;
- применяет функциональную зависимость между размерами пространственной фигуры для решения некоторых проблем оптимизации (в том числе в соответствующих реальному обстоятельству задачах; например, *на изготовление цилиндрической формы открытой консервной банки S см² материала. Какими должны быть линейные размеры банки, чтобы ее объем был наибольшим?*);
- применяет векторы для доказательства геометрических положений и установления размеров;
- применяет размеры фигуры и связь между ними для установления геометрической вероятности.

Мат. XII.6. Учащийся может охарактеризовать геометрические преобразования и применить их при решении геометрических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- геометрическое преобразование на плоскости отображает в декартовых координатах;
- называет данный в координатах возможный тип геометрического преобразования (параллельный перенос, центровая симметрия к началу, осевая симметрия к координатным осям),

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. XII.7. Учащийся может представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме и интерпретировать их.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает соответствующие графические формы представления данных, обосновывает свой выбор, строит и разъясняет таблицы/диаграммы;
- для парных данных создает диаграмму рассеивания, в качественном плане описывает ее форму (концентрация в области какой-нибудь линии, например, прямой, параболы), строит лучшую совпадающую прямую;
- устанавливает распределение частот, представляет графически и описывает ее форму (например, *симметричность/асимметричность, точки максимума/минимума*).

Мат. XII.8. Учащийся описывает случайность посредством моделей вероятности.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает самостоятельные и зависимые погрешности, называет их примеры и считает условные вероятности погрешностей;
- считает вероятность сложных погрешностей с применением формул суммы и произведения;
- проводит эксперимент с многократным возвратом и с помощью этого эксперимента устанавливает содержание урны – оценивает соотношения количество шариков различного цвета;
- применяет симуляции для исследования variability статистики подбора (медиана, среднее значение, среднее квадратичное отклонение) и построения распределения.

Мат. XII.9. Учащийся может проанализировать данные и сформулировать заключение.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает для заданного подбора такие числовые характеристики, которые приемлемы для решения задачи и обосновывает свой выбор, считает и предусматривает выбранные характеристики при принятии решений;
- производит интерполяцию/экстраполяцию данных посредством лучшей совпадающей прямой;
- распознает замену в образце подбора и опроса, рассуждает, о том, как влияет выборочный метод и объем подбора на надежность заключений;
- считает коэффициент корреляции и рассуждает о линейных связях между парными данными.

Содержание программы

1. Связанный с числами какой-нибудь алгоритм (например, Евклидов алгоритм).
2. Связь между информационными/коммуникационными технологиями и теориями чисел.
3. Логарифмическая шкала.
4. Полиномиальные, дробно-линейные, содержащие квадратный/кубический корень функции.
5. Содержащие квадратный корень уравнения с одним неизвестным.
6. Способы и формулы подсчета вариантов, комбинаторные формулы.
7. Декартова произведение двух множеств; отображение между двумя множествами, обратное отражение, прообраз множества.
8. Графы и древообразные диаграммы: определение графа, алгебраический и геометрический способы отображения графа.

9. Функциональная зависимость между размерами фигур.
10. Векторы в пространстве, векторное произведение.
11. Отображение геометрического преобразования в декартовых координатах на плоскости.
12. Площадь и объем боковой и полной поверхности параллелипипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса.
13. Ряд; числовые характеристики подбора (медиана, среднее значение, среднее квадратичное отклонение).
14. Качественные и количественные признаки упорядоченных единств данных: парные данные, корреляция.
15. Способы представления данных для качественных и количественных данных. Диаграмма рассеяния, линия совпадения.
16. Вероятность: условная вероятность, самостоятельность погрешностей; формулы суммы и произведения вероятности; закон больших чисел (в порядке ознакомления).

Предметные компетенции для классов, имеющих статус усиленного обучения математике

Х класс

Математика

(усиленное)

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|--|---|--|--|
| <p>Мат. ус. Х.1. Учащийся может увязать позиционные системы счисления чисел/ множества действительных чисел друг с другом.</p> <p>Мат. ус. Х.2 Учащийся может выполнить действия с действительными</p> | <p>Мат. ус. Х.4. Учащийся может применить функции и их свойство при моделировании реальных обстоятельств.</p> <p>Мат. ус. Х.5. Учащийся может применить графические, алгебраические методы и технологии для изучения свойств функции /семьи</p> | <p>Мат. ус. Х.7. Учащийся может выполнить операции над векторами и применить их при решении проблем по геометрии и естествознанию.</p> <p>Мат. ус. Х.8. Учащийся может применить дедукционное/индукционное суждение и алгебраическую технику для доказательства геометрических положений.</p> <p>Мат. ус. Х.9. Учащийся может охарактеризовать геометрические</p> | <p>Мат. ус. Х.11. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения задачи.</p> <p>Мат. ус. Х.12. Учащийся может упорядочить и представить качественные и количественные данные для</p> |

| | | | |
|---|--|---|--|
| <p>числами разным способом и оценить результаты этих действий.</p> <p>Мат. ус. X.3. Учащийся может применить различные способы суждения-обоснования.</p> | <p>функций.</p> <p>Мат. ус. X.6. Учащийся может применить понятия и аппарата дискретной математики при моделировании и решении проблем.</p> | <p>преобразования и применить их при решении геометрических проблем.</p> <p>Мат. ус. X.10. Учащийся может применить сечения и проекции фигур для изучения пространственной фигуры.</p> | <p>решения задачи в приемлемой форме.</p> <p>Мат. ус. X.13. Учащийся может описать случайность посредством моделей вероятности.</p> <p>Мат. ус. X.14. Учащийся может применить понятия и процедуры по статистике и вероятности в повседневных обстоятельствах.</p> |
|---|--|---|--|

Результаты, достигаемые к концу года и их индикаторы.

Направление: числа и действия

Мат. ус. X.1. Учащийся может увязать позиционные системы счисления чисел/ множества действительных чисел друг с другом.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит интерпретацию записи действительного числа в позиционной системе и/или его демонстрацию с применением модели (например, приближение положительного действительного числа меньше 1 последовательным делением $[0, 1]$ отрезка);
- производит интерпретацию бесконечно больших и бесконечно малых величин, их действий и результатов действий;
- рассуждает о различиях между рациональными и иррациональными числами при их записи в различной позиционной системе.

Мат. ус. X.2 Учащийся может выполнить действия с действительными числами разным способом и оценить результаты этих действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- упрощает изображение, содержащее действия с действительными числами (в том числе степени и логарифмов) или находит его значение с применением свойств, последовательности действий и связи между ними;
- находит результат арифметического действия до заданной точности; рассуждает об изменении результата округлением членов действия (действительных чисел) или о точности несовпадения;
- с учетом контекста задачи выбирает, что более целесообразно, оценка результата действий, нахождение его приближительного или точного значения;
- применяет оценку для проверки адекватности результата выполненных вычислений над действительными числами.

Мат. ус. X.3. Учащийся может применить различные способы суждения-обоснования.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет метод допущения противоположного при решении задач или доказательстве простых положений о числах;
- диаграммой Эйлера отображает отношения общего-частного типа между высказываниями о свойствах чисел или числовых закономерностях, применяет этот способ при проверке правомерности высказанных аргументов;
- на образце количественного суждения производит анализ линии суждения и заключительной части, отмечает сильные и слабые стороны (например, какой из данных документов придал бы суждению больше достоверности / или какой из них больше поставил бы его под сомнение?).

Направление: закономерности и алгебра

Мат. ус. X.4. Учащийся может применить функции и их свойства при моделировании реального обстоятельства.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет тригонометрическую, кусочно-линейную, ступенчатую функции и их свойства при моделировании реальных процессов;
- производит интерпретацию нулей функции, максимума/минимума функции в контексте того реального процесса/обстоятельства, который описывается этой функцией;
- применяет методы линейного программирования на плоскости при решении проблем оптимизации (например, в задачах по эффективному применению ограниченных ресурсов).

Мат. ус. X.5. Учащийся может применить графические, алгебраические методы и технологии

для изучения свойств функции /семьи функций.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет геометрические признаки графика функции (*симметричность координатной оси к параллельной прямой, центровая симметричность к началу координат, симметричность к параллельному переносу*) для установления свойств функции;
- применяет соответствующие графические, алгебраические методы или технологии (тригонометрические, кусочно-линейные, ступенчатые) для установления таких свойств функции, как: возрастание/убывание, знакопостоянство, периодичность/период, корни, экстремумы;
- устанавливает и описывает, как влияет изменение параметров функции на график функции.

Мат. ус. X.6. Учащийся может применить понятия и аппарат дискретной математики при моделировании и решении проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет такие структуры (например, последовательности, отображения, в том числе в реальном обстоятельстве), при описании которых возможно применение рекурсии; применяет рекуррентное правило для описания такой структуры;
- при доказательстве положения, в соответствующих случаях, применяет математическую индукцию (в том числе для получения некоторых формул, связанных с арифметической/геометрической прогрессией);
- применяет древообразные диаграммы или/и графы для подсчета вариантов, составления плана/расписания, решения конечных задач оптимизации (с применением какого-нибудь логарифма).

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. ус. X.7. Учащийся может выполнить операции над векторами и применить их при решении проблем по геометрии и естествознанию.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит геометрические и физические интерпретации с длиной и направлением векторов, операций (сложение, скалярное умножение, скалярное/векторное произведение) с векторами и их свойств;
- применяет векторы для доказательства геометрических положений и установления размеров на плоскости;
- применяет Декартовы координаты при отображении векторов и операций с векторами.

Мат. ус. X.8. Учащийся может применить дедукционное/индукционное суждение и алгебраическую технику для доказательства геометрических положений.

Результат нагляден, если учащийся:

- находит логические связи (например, „из этого следует“) между геометрическими положениями; применяет дедуктивное и индуктивное суждение;
- обобщает отдельные геометрические положения; формулирует гипотезы и обосновывает/отрицает их (в том числе, с применением математической индукцией; например, формула Эйлера на плоскости и в пространстве);
- применяет алгебраические преобразования для доказательства положений.

Мат. ус. X.9. Учащийся может охарактеризовать геометрические преобразования и применить их при решении геометрических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет те характеристики геометрической фигуры, которые не изменяются при заданном геометрическом преобразовании (инварианты преобразования);
- с применением различных данных о фигурах (например, размеры фигур, координаты вершин фигур, алгебраические соотношения между элементами фигур) обосновывает или отрицает эквивалентность двух геометрических фигур относительно заданного преобразования или типа преобразования;
- отображает геометрическое преобразование фигуры (в случае вращения – только под углом $\frac{\pi}{2}$ кратного) на плоскости в Декартовых координатах;
- называет возможный тип геометрического преобразования, данного в координатах (параллельный перенос, центровая симметрия относительно начала координат, осевая симметрия относительно координатных осей).

Мат. ус. X.10. Учащийся может применить сечения и проекции фигур для изучения пространственной фигуры.

Результат нагляден, если учащийся:

- рассуждает о возможной форме сечения пространственной фигуры и строит заданное сечение пространственной фигуры;
- находит проекцию фигуры при заданной параллельной планировке;
- рассуждает о возможной форме пространственной фигуры по ее сечению/сечениям;
- рассуждает о возможной форме пространственной фигуры по ее отображению при параллельной планировке.

Мат. ус. X.11. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет способы сбора данных (наблюдение, измерение, опрос указанной группы респондентов заготовленной анкетой/заготовленным вопросом);
- проводит статистический (в том числе, случайный) эксперимент и собирает данные;
- исследует и применяет различные исторические и современные источники данных (например, информационный справочник, Интернет, каталог и др.).

Мат. ус. X.12. Учащийся может упорядочить и представить качественные и количественные данные для решения задачи в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает соответствующую графическую форму представления качественных и количественных (несгруппированных) данных, обосновывает свой выбор и создает таблицу/диаграмму;
- строит различные диаграммы для одних и тех же качественных и количественных данных и рассуждает, насколько значимые аспекты данных показывает, и какое преимущество имеет каждая;
- производит группирование/упорядочение данных, рассуждает о принципах группирования/упорядочения.

Мат. ус. X.13. Учащийся может описать случайность посредством моделей вероятности.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает пространство элементарных погрешностей случайного эксперимента, считает вероятности погрешностей, применяя способы подсчета вариантов (например, с помощью древообразной диаграммы);
- проводит эксперимент с каким-нибудь устройством, применение которого влечет случайный исход, и оценивает вероятность погрешностей на основании экспериментальных данных посредством относительной частоты, рассуждает об отличии между теоретическим (ожидаемым) результатом и эмпирическим (экспериментальным) результатом;
- для заданного конечного пространства вероятности описывает устройство, применение которого влечет случайный исход, вероятную модель которого представляет это пространство, обосновывает дизайн приспособления.

Мат. ус. X.14. Учащийся может применить понятия и процедуры по статистике и вероятности в повседневных обстоятельствах.

Результат нагляден, если учащийся:

- рассматривает те статистические обстоятельства, опыт которых имеет (например, перепись населения, выборы, опрос общественного мнения), применяет опубликованные факты/данные и рассуждает о имеющейся проблеме (например, по экологическим вопросам);
- рассуждает о применении моделей вероятности в страховании, социологических исследованиях, демографии;
- приводит примеры применения вероятных-статистических моделей в естествознании и медицине (например, физика микро и макро частиц, генетика), разъясняет явления с помощью действия механизма случайности.

Содержание программы

1. Алгебра и начало анализа.

Система прямоугольных координат в пространстве, точечные координаты. Отображение пары (тройки) действительных чисел в координационном пространстве.

2. Функция. График функции.

Область определения функции. Множество значений функции. Возрастание, убывание, четность, нечетность, периодичность функции. Сложная функция (композиция функций), обратная функция. Связь между свойствами функции свойствами ее графика. Тригонометрические, обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

3. Размер угла.

Градусный и радиальный размер угла. Связь между градусным и радиальным размерами угла.

4. Тригонометрические функции: синус, косинус, тангенс и котангенс.

Обратные тригонометрические функции, значения синуса, косинуса и тангенса для $0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}$ аргументов и их кратное для аргументов. Периодичность тригонометрической функции. Нахождение наименьшего периода. Четность и нечетность тригонометрических функций. Основные зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы доведения. Алгебраические операции с тригонометрическими функциями.

5. Уравнение, неравенства, системы уравнений и неравенств.

Тригонометрические уравнения и неравенства. Иррациональные неравенства. Системы уравнений, содержащие два переменных.

Равносильные уравнения и системы уравнений. Уравнения и системы уравнений, содержащие параметр.

Система линейных неравенств с двумя неизвестными, отображение ее множества решений на координатной плоскости. Задача линейного программирования (геометрическое решение); решение проблем с применением уравнений и системы уравнений.

Решение текстовых задач с применением уравнений и системы уравнений.

Составление адекватной модели проблемы с применением уравнений и системы

уравнений.

6. Элементы комбинаторики. Формулы вычисления количеств перемещений, группировки и порядков. Свойства биномиальных коэффициентов, треугольник Паскаля.

7. Точка, прямая и плоскость в пространстве.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признак параллельности прямых. Угол между скрещивающимися прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми, признак перпендикулярности прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя гранями. Размер угла между двумя гранями. Угол между плоскостями. Признак параллельности плоскостей. Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Перпендикуляр и наклонная. Расстояние от точки до плоскости. Теорема о трех перпендикулярах. Параллельное проектирование на плоскости. Связь между площадью плоской фигуры и площадью проекции фигуры на плоскости;

8. Многогранник:

вершина, ребро, грань. Связь между их количествами (теорема Эйлера). Правильные многогранники (тела Платона).

9. Призма.

Основание призмы, боковая грань, боковое ребро, высота, диагональ.

Частные виды призмы (прямая призма, правильная призма, прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб);

10. Пирамида.

Вершина, боковое ребро, основание, боковая грань, высота пирамиды. Правильная пирамида. Апофема. Усеченная пирамида.

11. Развертки и сечения куба, прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы, пирамиды, цилиндра и конуса.

Восстановление тел посредством их разверток. Построение сечений пространственных фигур.

12. Источники данных и способы добычи данных: в науке (естествоведение, гуманитарные, социальные, технические науки), на производстве, в управлении, экономике, образовании, спорте, медицине, сфере обслуживания и сельском хозяйстве: наблюдение, эксперимент, опрос заготовленным вопросом.

13. Классификация и организация данных:

Качественные и количественные данные.

Расположение данных по возрастанию-убыванию или лексикографическим методом.

14. Количественные и качественные признаки упорядоченных единств данных:

количество данных, позиция и последовательность в единстве;

частота данных и относительная частота.

15. Способы представления данных для качественных и количественных (в том числе и сгруппированных) данных:

список, таблица, пиктограмма:

разновидности диаграмм (точечная, сетчатая, линейная, столбчатая, круговая).

16. Итоговые числовые характеристики для качественных и сгруппированных количественных данных:

измерение центральной тенденции (среднее, мода, медиана);

измерение рассеивания данных (диапазон рассеивания, среднее квадратичное отклонение).

17. Вероятность:

случайный эксперимент, пространство элементарных погрешностей (случай конечного пространства);

устройства, применение которых влечет случайный исход (монета, игральные кости, рулетка, урна);

вероятность погрешностей, вычисление погрешностей с применением способов подсчета вариантов;

связь между относительной частотой и вероятностью.

XI класс

Математика

(усиленное)

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|---|--|--|---|
| Мат. ус. XI.1. Учащийся может увязать друг с другом позиционные системы чисел/множества действительных чисел. | Мат. ус. XI.4. Учащийся может применить функции и их свойства при моделировании реального обстоятельства. Мат. ус. XI.5. Учащийся может | Мат. ус. XI.7. Учащийся может выполнить операции с векторами и применить их при решении геометрических и естествоведческих проблем. Мат. ус. XI.8. Учащийся | Мат. ус. XI.11. Учащийся может получить необходимые данные для для решения поставленной задачи. Мат. ус. XI.12. |

| | | | |
|--|--|---|---|
| <p>Мат. ус. XI.2. Учащийся может выполнить действия с действительными числами различными способами и оценить результаты этих действий.</p> <p>Мат. ус. XI.3. Учащийся может решить проблемы, связанные с практической деятельностью.</p> | <p>применить графические, алгебраические методы и технологии для изучения свойств функции/семейства функций.</p> <p>Мат. ус. XI.6. Учащийся может применить понятия и аппарат дискретной математики при моделировании и решении проблемы.</p> | <p>может применить дедукционное/индукционное суждение и алгебраическую технику для доказательства геометрических положений.</p> <p>Мат. ус. XI.9. Учащийся может охарактеризовать геометрические преобразования и применить их при решении геометрических проблем.</p> <p>Мат. ус. XI.10. Учащийся может применить сечения и проекции пространственной фигуры для изучения пространственной фигуры.</p> | <p>Учащийся может представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме и интерпретировать их.</p> <p>Мат. ус. XI.13. Учащийся может описать случайность посредством вероятных моделей.</p> <p>Мат. ус. XI.14. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключения.</p> |
|--|--|---|---|

Результаты, достигаемые к концу года, и их индикаторы.

направление: числа и действия

Мат. ус. XI.1. Учащийся может увязать друг с другом позиционные системы чисел/множества действительных чисел.

Результат нагляден, если учащийся:

- сравнивает разные позиционные системы счисления друг с другом; рассуждает о преимуществах каждой при записи чисел;
- приводит примеры цифрового кодирования/технологии информации; увязывает друг с другом запись чисел в разные позиционные системы счисления;
- производит демонстрацию приближения иррационального числа в последовательности рациональных чисел в контексте вычислений, связанных с практическими задачами (например, число Непера - e).

Мат. ус. XI.2. Учащийся может выполнить действия с действительными числами различными способами и оценить результаты этих действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- упрощает изображение, содержащие действия над действительными числами (в том числе степени и логарифмы), или находит его значение с применением свойств, последовательности действий и связи между ними;
- находит результат арифметического действия до названной точности; рассуждает об изменениях результата округлением членов действия (действительных чисел) или точности погрешностей
- с учетом контекста задачи выбирает, что более целесообразно, оценка результатов действий, нахождение их приблизительного или точного значения;
- применяет оценку для проверки адекватности результата выполненных над действительными числами действий (в том числе корень и логарифм в простых случаях).

Мат. ус. XI.3. Учащийся может решить проблемы, связанные с практической деятельностью.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет степень и логарифм числа, свойства степени и логарифма при решении задач, исходящих из практической деятельности или различных отраслей науки (например, энтропия в биологии и физике, радиоактивное разложение и метод датирования);
- определяет и применяет соответствующие единицы для описания изменения величины скорости; устанавливает соотношение между разными единицами;
- выполняет вычисления, связанные с шифровкой информации и производит шифровку-прочтение информации с применением известному ему алгоритма (например, для нахождения обратного преобразования $f(x) = ax + b \pmod n$ преобразования, т.е. "ключа" расшифровки применяет Евклидов алгоритм; производит демонстрацию этой процедуры с применением калькулятора или компьютера).

направление: закономерности и алгебра

Мат. ус. XI.4. Учащийся может применить функции и их свойства при моделировании реального обстоятельства.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет логарифмические и показательные функции и их свойства при моделировании реальных процессов;
- производит интерпретацию нулей функции, максимума/минимума функции в контексте того реального процесса/обстоятельства, который описывается этой функцией;
- применяет свойства функции (например, экстремумы и экстремальные значения) при решении проблем оптимизации.

Мат. ус. XI.5. Учащийся может применить графические, алгебраические методы и технологии для изучения свойств функции/семейства функций.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет геометрические признаки графика функции (например, *симметричность координатной оси относительно параллельной прямой, центровая симметричность относительно начала координат, инвариантность относительно параллельного переноса*);
- применяет соответствующие графические, алгебраические и аналитические (например, производное функции) методы и технологии для установления таких свойств функций, как: возрастание/убывание, знакопостоянство, периодичность/период, корни, экстремумы, предел функции, непрерывность функции, асимптоты;
- устанавливает и описывает, какое влияние производит изменение параметров функции на график функции;
- описывает и сравнивает разные семьи функции по таким свойствам, как форма их графиков, возможное количество корней/экстремумов, область определения, множество значений, асимптоты;
- Увязывает интеграл функции и площадь криволинейной фигуры друг с другом.

Мат. ус. XI.6. Учащийся может применить понятия и аппарат дискретной математики при моделировании и решении проблемы.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет такие структуры (например, последовательности, отображения; в том числе в реальном обстоятельстве), при описании которых возможно применение рекурсии; применяет рекуррентное правило для описания такой структуры;
- при доказательстве положений, в соответствующих случаях, применяет математическую индукцию (в том числе для получения некоторых формул, связанных с арифметической/геометрической прогрессией);
- применяет древообразные диаграммы или/и графы для подсчета вариантов, составления плана/расписания, решения конечных задач оптимизации (с применением какого-нибудь алгоритма).

Мат. ус. XI.7. Учащийся может выполнить операции с векторами и применить их при решении геометрических и естественнонаучных проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит интерпретацию длины и направления векторов, операций (сложение, скалярное умножение, скалярное/векторное произведение) с векторами и их геометрических и физических свойств;
- применяет векторы для доказательства геометрических положений и установления размеров на плоскости;
- применяет Декартовы координаты при отображении векторов и операций с векторами.

Мат. ус. XI.8. Учащийся может применить дедукционное/индукционное суждение и алгебраическую технику для доказательства геометрических положений.

Результат нагляден, если учащийся:

- находит логические связи (например, «исходит») между геометрическими положениями; применяет дедукционное и индукционное суждение;
- обобщает отдельные геометрические положения; формулирует гипотезу и обосновывает/отрицает ее (в том числе с применением математической индукции; например, формула на плоскости и в пространстве);
- применяет алгебраические преобразования для доказательства геометрических положений.

Мат. ус. XI.9. Учащийся может охарактеризовать геометрические преобразования и применить их при решении геометрических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет те характеристики геометрической фигуры, которые не изменяются при заданном геометрическом преобразовании (инварианты преобразования);
- с применением разных данных о фигуре (например, размеры фигур, координаты вершин фигур, алгебраические соотношения между элементами фигур), обосновывает или отрицает эквивалентность двух геометрических фигур по отношению заданного преобразования или типа преобразования;
- геометрическое преобразование фигуры на плоскости отображает посредством Декартовых координат;
- называет заданный в координатах возможный тип геометрического преобразования (параллельный перенос, вращение, гомотетия, осевая симметрия).

Мат. ус. XI.10. Учащийся может применить сечений и проекций пространственной фигуры для

изучения пространственной фигуры.

Результат нагляден, если учащийся:

- рассуждает о возможной форме сечения пространственной фигуры и строит заданное сечение пространственной фигуры;
- находит проекцию фигуры при заданном параллельном планировании;
- рассуждает о возможной форме фигуры по ее сечению/сечениям;
- рассуждает о возможной форме фигуры по ее отображению при параллельной планировке;
- распознает и описывает форму пространственной фигуры, полученную вследствие вращения прямоугольника вокруг прямой.

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. ус. XI.11. Учащийся может получить необходимые данные для для решения поставленной задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает и применяет соответствующие способы сбора данных (наблюдение, измерение, опрос заданной группы респондентов с помощью заготовленной анкеты/заготовленного вопросника, добывание данных из разных источников), обосновывает свой выбор;
- определяет респондентов, выбирает соответствующую форму постановки вопросов (открытые вопросы, закрытые вопросы, обозначение клеточки, обозначение на скале), составляет простой вопросник и применяет его для сбора данных;
- представляет соответствующий план эксперимента для изучения вопроса, проводит эксперимент и собирает данные.

Мат. ус. XI.12. Учащийся может представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме и интерпретировать их.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает соответствующие графические формы представления данных, обосновывает свой выбор, строит и разъясняет таблицы/диаграммы (в том числе для сгруппированных по классам интервалов данных);
- составляет распределение частот, представляет его в графической форме и описывает его симметричность, количество мод, с помощью развертывания или других признаков;
- представленные в одной графической форме данные представляет в отличной графической форме и представляет приемлемые и неприемлемые стороны каждой формы;
- распознает ошибочные интерпретации диаграммы или некорректно построенные/оформленные диаграммы, разъясняет и исправляет прорех.

Мат. ус. XI.13. Учащийся может описать случайность посредством вероятных моделей.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает пространство элементарных погрешностей случайного эксперимента, считает вероятности самостоятельных погрешностей (в том числе с применением формул суммы вероятности);
- считает вероятности сложных погрешностей с применением комбинаторного анализа;
- для проведения случайного эксперимента одно приспособление заменяет его эквивалентным ему другим приспособлением и обосновывает свой выбор.

Мат. ус. XI.14. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключения.

Результат нагляден, если учащийся:

- считает и применяет итоговые числовые характеристики для характеристики/сравнения несгруппированных единств данных и оценки мнений/аргументов;
- определяет модальный класс и оценивает среднее, медиану и диапазон для множеств сгруппированных данных, предусматривает их при принятии решений в реальных обстоятельствах;
- высказывает предположение об ожидаемости погрешностей на основании данных (например, по относительной частоте) и обосновывает правомочность предположения.

Содержание программы

- 1. Множество. Отношения между множествами. Действия с множествами.**
Декартово произведение множеств. Бинарные отношения эквивалентности и упорядочения с множествами.
- 2. Логарифм числа.** Основное логарифмическое тождество. Свойство логарифмов. Натуральный логарифм.
- 3. Функция. График функции.**
Показательные, логарифмические функции, их свойства и графики; связь между логарифмом и числом Непера.
- 4. Предел функции. Непрерывность функции.**
Предел функции в точке. Арифметические свойства предела функции в точке, непрерывность функции в точке. Понятие непрерывной функции. Непрерывность основных элементарных функций, глобальные свойства определенных на сегменте непрерывных функций: теорема Больцано-Коши о промежуточном значении; теорема Вейерштрасса о достижимости максимального и минимального значения.
- 5. Производное функции.**
Производное функции в точке. Его геометрическое и физическое содержание. Арифметические операции с функциями и производное. Производное композиции функции, Производное обратной функции, производное элементарных функций.

Линейное уравнение, касательная в точке графика производимой функции. Теорема Ферма.

6. Исследование функции с применением производного.

Установление промежутков монотонности функции.

Исследование функции на локальном экстремуме. Нахождение наибольшего и наименьшего значения определенной на сегменте производимой функции.

Нахождение асимптот функции. Схематическое отображение графика функции в прямоугольной координатной системе.

7. Уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств.

Уравнения и неравенства с показателем, логарифмические, иррациональные, содержащие модуль. Равные системы уравнений и неравенств. Уравнения и системы уравнений, содержащие параметр.

Система линейных неравенств с двумя неизвестными, отображение множеств ее решений на координатной плоскости. Задача линейного программирования (геометрическое решение); решение программы с применением уравнения и системы уравнений. Решение текстурных задач с применением уравнения и системы уравнений. Составление адекватной модели проблемы с применением уравнения или системы уравнения.

8. Числовые последовательности, нахождение членов последовательности по формуле n -ого члена последовательности.

Сумма числовой последовательности. Арифметические свойства суммы последовательности. Бесконечно малая и бесконечно большая последовательности.

Виды последовательности: монотонная, возрастающая, убывающая, стационарная.

Теорема о сумме возрастающей (убывающей), сверху (снизу) ограниченной последовательности. Число Непера. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии (формула вычисления суммы).

9. Интегрирование.

Первичный и неопределенный интеграл функции. Неопределенные интегралы основных элементарных функций.

Определенный интеграл Римана. Его геометрическое содержание.

Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площади криволинейной трапеции с применением определенного интеграла.

Физическое содержание производного и интеграла (например, скорость, пройденное расстояние, мощность, работа).

10. Вращающиеся тела.

Цилиндр. Его элементы. Осевое сечение цилиндра.

Конус. Его элементы. Осевое сечение конуса. Усеченный конус.

Ядро, сфера. Их элементы. Сечение ядра плоскостью. Касательная плоскость сферы.

Фигуры, полученные в результате вращения многоугольника вокруг прямой.

11. Объем тела и площадь поверхности.

Объем пространственной фигуры и ее свойства, вычисление боковой и полной площадей куба, параллелепипеда, призмы.

Вычисление боковой и полной площадей и объема пирамиды, цилиндра, конуса, усеченной пирамиды и усеченного конуса.

Формулы вычисления площади поверхности и объема ядра.

12. Развертки и сечения цилиндра и конуса.

Восстановление этих тел посредством их разверток, построение сечений этих тел.

13. Геометрические преобразования в пространстве.

Осевые и центровые симметрии. Симметрия относительно к плоскости. Параллельный перенос. Гомотетия. Вращение вокруг прямой. Преобразование сходства. Отображение геометрических преобразований (осевая и центровая симметрия, симметрия к плоскости, параллельный перенос, гомотетия) в координатах.

Симметрии куба, параллелепипеда, правильной призмы, правильной пирамиды, конуса, сферы и ядра.

14. Элементы аналитической геометрии на плоскости.

Уравнение пучка прямых, угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярность прямых. Расстояние от точки до прямой.

Эллипс, гипербола и парабола. Их канонические уравнения. Фокусы, полуоси, эксцентриситет, директриса;

15. Способы сбора данных:

составление вопросника/анкеты и опрос респондентов (без подбора представительской группы).

16. Классификация и организация данных:

группирование количественных данных на классы интервалов конечного количества.

17. Качественные и количественные признаки упорядоченных единств:

типичные и выделяющиеся (например, экстремальные, редкие) данные;

распределение частот;

накопленная частота, накопленная относительная частота;

характеризующий позицию данных - ранжир.

18. Способы представления данных для качественных и несгруппированных количественных данных:

разновидности диаграмм (ветвистые диаграммы, гистограмма, частотный полигон, огива, диаграмма накопленных относительных частот)

19. Итоговые числовые характеристики для качественных и несгруппированных количественных данных:

измерение рассеивания данных (стандартное отклонение).

20. Вероятность:

операции с погрешностями (объединение, пересечение погрешностей);

вычисление вероятностей самостоятельных погрешностей с применением вероятности суммы и комбинаторного анализа;
геометрическая вероятность на отрезке t плоской фигуре.

ХII класс

Математика

(усиленное)

Стандарт

Результаты, достигаемые к концу года по направлениям:

| Числа и действия | Закономерности и алгебра | Геометрия и восприятие пространства | Анализ данных, вероятность и статистика |
|--|--|--|---|
| <p>Мат. ус. XII.1. Учащийся может увязать друг с другом различные множества чисел, различные формы отображения чисел и действия с числами.</p> <p>Мат. ус. XII.2. Учащийся может решить проблемы, связанные с практической деятельностью.</p> <p>Мат. ус. XII.3. Учащийся может провести анализ процесса суждения-обоснования и его результата.</p> | <p>Мат. ус. XII.4. Учащийся может исследовать и установить свойства функции или семейства функций и интерпретировать эти свойства в отношении контекста.</p> <p>Мат. ус. XII.5. Учащийся может применить методы дискретной математики при моделировании и решении проблем.</p> | <p>Мат. ус. XII.6. Учащийся может найти/оценить размеры фигур или их элементов и применить их при решении практических проблем.</p> <p>Мат. ус. XII.7. Учащийся может исследовать и применить некоторые факты из неевклидовой геометрии.</p> | <p>Мат. ус. XII.8. Учащийся может представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме и интерпретировать их.</p> <p>Мат. ус. XII.9. Учащийся описывает случайность посредством вероятных моделей.</p> <p>Мат. ус. XII.10. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключения.</p> |

Результаты , достигаемые к концу года и их индикаторы

Мат. ус. XII.1. Учащийся может увязать друг с другом различные множества чисел, различные формы отображения чисел и действия с числами.

Результат нагляден, если учащийся:

- рассуждает о процедуре расширения множеств чисел (*множество натуральных чисел \subset множество целых чисел \subset множество рациональных чисел \subset множество действительных чисел \subset множество комплексных чисел*);
- увязывает друг с другом и применяет различные формы отображения комплексных чисел;
- выполняет действия над заданными в разном виде комплексными числами и производит их интерпретацию по форме отображения (например, геометрическая интерпретация возведения в степень, геометрическая интерпретация сопряженных чисел).

Мат. ус. XII.2. Учащийся может решить идущие из практической деятельности проблемы.

Результат нагляден, если учащийся:

- определяет и применяет соответствующие единицы для описания скорости изменения величины; производит интерпретацию понятия мгновенной скорости;
- применяет свойства логарифмических функций и функций с показателем для решения задач, связанных с практической деятельностью или различными отраслями науки (например, непрерывно начисленная процентная ставка, энтропия в биологии и физике, количество информации, радиоактивное разложение и методы датирования);
- различает логарифмический масштаб от линейного; применяет логарифмический масштаб для отображения значения показательной функции в координатной системе;
- производит демонстрацию шифровки-прочтения данных заданным алгоритмом (например, RSA); рассуждает о практической роли информации и теорий чисел /их роли в современном мире. (Например, защищенность информации; ценность информации и затраты на необходимые вычисления для открытия шифровки; социальные аспекты системы шифровки "ключом открытого типа" – механизмы охраны ее безопасности – "принцип прозрачности в действии").

Мат. ус. XII.3. Учащийся может провести анализ процесса суждения-обоснования и его результата.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит анализ положения о числах или образца количественного суждения и его результата ослаблением-устранением одного или нескольких условий, ограничения или допуска;
- обосновывает заключения или положения (в том числе с применением математической индукции) о свойствах чисел или числовых закономерностях), полученные обобщением, аналогией;

- производит критический анализ суждения и заключительной части на примере образца количественного суждения.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. ус. XII.4. Учащийся может исследовать и установить свойства функции или семейства функций и интерпретировать эти свойства в отношении контекста.

Результат нагляден, если учащийся:

- описывает и сравнивает семьи изученных функций по таким свойствам, как: область определения и множество значений, возможное количество корней и точек экстремумов, промежутки знакопостоянства и возрастания/убывания, периодичность, асимптотическое поведение, геометрические свойства графика; производит интерпретацию этих свойств относительно контекста;
- применяет соответствующие графические, алгебраические, анализирующие методы и технологии для установления таких свойств функции, как: область определения и множество значений, корни и точки экстремумов, промежутки знакопостоянства и возрастания/убывания, периодичность, непрерывность, асимптотическое поведение, геометрические свойства графика. Производит интерпретацию этих свойств относительно контекста;
- описывает, как влияет изменение параметров функции на свойства функции; производит интерпретацию этих свойств относительно контекста;
- применяет изученные функции и их свойства при моделировании и решении проблемы;
- распространяет понятие корня функции на множество комплексных чисел.

Мат. ус. XII.5. Учащийся может применить методы дискретной математики при моделировании и решении проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет итерацию, рекурсию и математическую индукцию при моделировании, доказательстве положений, выведении формул, решении комбинаторных задач;
- применяет графы, деревообразные диаграммы и их свойства при моделировании и решении задач;
- при решении некоторых проблем дискретной оптимизации применяет алгоритмы или/и технологии.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. ус. XII.6. Учащийся может найти/оценить размеры фигур или их элементов и применить

их при решении практических проблем.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет функциональную зависимость между размерами пространственной фигуры для решения некоторой проблемы оптимизации (в том числе в соответствующих задачах реального обстоятельства; например, на изготовление открытой консервной банки цилиндрической формы тратится x квадратных сантиметров материала. Какими должны быть линейные размеры банки, чтобы его объем был наибольшим?);
- применяет векторы для доказательства геометрических положений и установления размеров;
- применяет размеры фигур и связи между ними для установления геометрической вероятности.

Мат. ус. XII.7. Учащийся может исследовать и применить некоторые факты из неевклидовой геометрии.

Результат нагляден, если учащийся:

- рассуждает, какие положения Евклидовой геометрии выполняются или не выполняются в некоторой не Евклидовой геометрии (например, известно, что из находящихся на одной прямой трех точек, только одна находится между остальными двумя. Справедливо или нет это положение в случае сферической геометрии?);
- обосновывает простые положения в некоторой не Евклидовой геометрии (например, в геометрии Лобачевского средняя линия треугольника меньше половины основания);
- находит размеры объектов или/и расстояния между объектами в некоторой не Евклидовой геометрии (в том числе в соответствующих задачах реального обстоятельства; например, расстояние между двумя точками в сферической геометрии).

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. ус. XII.8. Учащийся может представить данные для решения поставленной задачи в приемлемой форме и интерпретировать их.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает подбор и популяцию;
- распознает группу, которая является представительной для популяции;
- в случае заданного подбора называет факторы, которые могут повлиять на надежность вынесенных о популяции заключений по подбору (например, точность измерения, представительность подбора);
- выбирает соответствующие графические формы представления данных, обосновывает свой выбор, строит и разъясняет таблицы/диаграммы;

- для парных данных создает диаграмму рассеяния, в качественном плане описывает ее форму (концентрация какой-нибудь линии, например, прямой, параболы, области), строит лучшую совпадающую прямую;
- устанавливает распределение частот, представляет его в графической форме и описывает его (например, симметричность/асимметричность, точки максимума/минимума).

Мат. ус. XII.9. Учащийся описывает случайность посредством вероятных моделей.

Результат нагляден, если учащийся:

- различает самостоятельные и зависимые погрешности, называет их примеры и считает условные вероятности погрешностей;
- считает вероятность сложных погрешностей с применением формул суммы и произведения;
- проводит эксперимент с многократным возвратом и с помощью этого эксперимента устанавливает содержание урны - оценивает отношение количеств шариков отличного цвета;
- применяет симуляции для исследования variability характеристик подбора (медиана, среднее значение, среднее квадратичное отклонение) и построение распределения подбора.

Мат. ус. XII.10. Учащийся может провести анализ данных и сформулировать заключение.

Результат нагляден, если учащийся:

- выбирает для заданного подбора такие числовые характеристики, которые приемлемы для решения поставленной задачи и обосновывает свой выбор, считает и предусматривает выбранные характеристики при принятии решений;
- производит интерполяцию/экстраполяцию данных посредством лучшей совпадающей прямой;
- распознает замену в образце подбора и опроса, рассуждает, как влияет выборочный метод и объем подбора на надежность данных;
- считает коэффициент корреляции и рассуждает о линейной связи между парными данными.

Содержание программы

1. Комплексные числа.

Алгебраические и тригонометрические формы записи комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль, аргумент комплексного числа. Сопряженное число комплексного числа. Арифметические действия с комплексными числами и их геометрическая интерпретация.

Комплексные корни квадратного трехчлена, основная теорема алгебры. Теорема Виета для многочленов n степени, натуральная степень комплексного числа (формула Муавра). Корень n степени из комплексного числа.

2. Графы.

Основные понятия из теории графов: вершина, ребро, дуга, узел, смежные вершины и ребра, инцидентность ребра и вершины, маршрут, цикл, ориентированные и неориентированные графы, дерево, индекс вершины, длина маршрута. Способы подачи

графов: таблицами инцидентности и смежности, списком.

Изоморфность графов. Показатель Эйлера для графов.

Уникурсальный граф, необходимые и достаточные признаки уникурсальности связных графов.

3. Элементы аналитической геометрии в пространстве.

Отображение расстояния между двумя точками в координатах Декарта. Разделение отрезка по заданной пропорции.

Линейное уравнение в пространстве. Проходящее на двух точках линейное уравнение.

Уравнение плоскости общего вида в пространстве. Угол между двумя плоскостями.

Условности параллельности и правомерности двух плоскостей. Условности параллельности и правомерности прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости.

4. Элементарные понятия о неевклидовой геометрии.

Модель Римана-Клейна геометрии эллипс (сферическая геометрия).

Модель Пуанкаре гиперболической (лобачевской) геометрии.

(на псевдосфере или кругу), параболическая (эвклидова), эллипсная (сферическая геометрия) и гиперболическая.

5. Способы сбора данных:

выборочный метод, подбор и вариативный ряд;

числовые показатели подбора (медиана, среднее значение, среднее квадратичное отклонение).

6. Качественные и количественные и свойственные признаки упорядоченных единств данных:

парные данные, корреляция

7. Способы представления данных для качественных и количественных данных:

таблица сопряжения знаков;

диаграмма рассеивания, линия совпадения.

8. Вероятность:

условная вероятность, независимость погрешностей;

формулы суммы и произведения вероятностей;

Закон больших чисел (в порядке ознакомления).